

Érick Mascagni Ferdinando

ESTATÍSTICAS DE ORDEM SUPERIOR DO DESVANECIMENTO  
KAPPA-MU EXTREME

Campinas  
2013

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Érick Mascagni Ferdinando

ESTATÍSTICAS DE ORDEM SUPERIOR DO DESVANECIMENTO KAPPA-MU EXTREME

**Dissertação de Mestrado** apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

**Orientador:** Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pelo aluno Érick Mascagni Ferdinando, e orientada pelo Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub

---

Campinas  
2013

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

F375e      Ferdinando, Érick Mascagni, 1988-  
Estatísticas de ordem superior do desvanecimento kappa-mu extreme / Érick  
Mascagni Ferdinando. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Michel Daoud Yacoub.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de comunicação sem fio. 2. Radio - Transmissores e transmissão -  
Desvanecimento. 3. Ajuste de curva. I. Yacoub, Michel Daoud, 1955-. II.  
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em inglês:** High-order statistics of the kappa-mu extreme fading

**Palavras-chave em inglês:**

Wireless communication systems

Radio - Transmitters and transmission - Fading

Curve fitting

**Área de concentração:** Telecomunicações e Telemática

**Titulação:** Mestre em Engenharia Elétrica

**Banca examinadora:**

Michel Daoud Yacoub [Orientador]

Rausley Adriano Amaral de Souza

Paulo Cardieri

**Data de defesa:** 14-05-2013

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Elétrica

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

**Candidato:** Érick Mascagni Ferdinando

**Data da Defesa:** 14 de maio de 2013

**Título da Tese:** "Estatísticas de Ordem Superior do Desvanecimento kappa-mu Extreme"

Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub (Presidente): Michel Daoud Yacoub

Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza: Rausley A. A. de Souza

Prof. Dr. Paulo Cardieri: Paulo Cardieri

A DEUS E AOS MEUS PAIS APARECIDA E  
JORGE.

# Agradecimentos

A Deus, por Sua constante e sempre presença em minha vida.

Ao Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub, pela brilhante orientação, incentivo, conselhos e compreensão.

Ao Prof. Dr. Ugo Silva Dias, por sua gentil colaboração no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais, Aparecida e Jorge, por sempre estarem presentes em minha vida, me apoiando nos bons e maus momentos.

Aos amigos que fiz no laboratório WissTek, pela inesquecível convivência diária, pelos conselhos, e principalmente pelas inúmeras horas de conversas descontraídas.

Ao meu grande amigo de longa data Washington, pela sua amizade, companheirismo e apoio durante todos esses anos.

Aos professores e funcionários da FEEC, que de forma direta ou indireta contribuíram para minha formação.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Se o relógio indica a existência do relojoeiro, se o palácio anuncia o arquiteto, como poderia o universo não demonstrar a inteligência suprema? Que planta, que animal, que elemento, que astro, não traz a marca daquele a quem Platão chamava o Eterno Geômetra?... Provas contra a existência de uma Inteligência Suprema nunca ninguém as deu.

Voltaire

# Resumo

Estudos recentes têm mostrado a relevância da pesquisa de modelos de desvanecimento em condições severas. Um desses modelos mais recentes é conhecido como desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. Esta dissertação apresenta algumas aproximações em fórmula fechada para as estatísticas de ordem superior do modelo de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. A razão para as aproximações surge do fato de que a formulação clássica para encontrar a taxa de cruzamento de nível possui limitações, que afetam sua aplicação no modelo de desvanecimento aqui estudado. A limitação básica diz respeito ao fato de a formulação clássica aplicar-se apenas a processos contínuos, o que não reflete o caso  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. Com base nisso, e na análise de curvas empíricas, cujos diversos dados de campo enquadram-se nas estatísticas de primeira ordem do modelo  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, as propostas de aproximações foram formuladas. As comparações com os dados de campo mostram que as aproximações propostas fornecem excelentes resultados.

**Palavras-chave:** Desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, taxa de cruzamento de nível, tempo médio de desvanecimento, medições de campo, validação.



# Abstract

Recent studies have shown the research relevance of fading models under severe fading conditions. One of these newest models is known as  $\kappa$ - $\mu$  Extreme fading. This dissertation presents some closed-form approximations to the high-order statistics of the  $\kappa$ - $\mu$  Extreme model. The reason for the approximations arises from the fact that the classical formulation to find the level crossing rate has limitations, which affect its applicability in the fading model studied here. The basic limitation of the classic formulation concerns the fact that it applies to continuous processes, which is not the case of the  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. In light of this, and in the analysis of empirical curves, whose different field data closely follow the first-order statistics of the  $\kappa$ - $\mu$  Extreme model, the proposed approximations have been formulated. The comparisons with field data show that the proposed approximations yield excellent results.

**Keywords:**  $\kappa$ - $\mu$  Extreme fading, level crossing rate, average fade duration, field measurements, validation.

# Lista de Figuras

1.1	Ilustração da definição das estatísticas de ordem superior. . . . .	3
2.1	Função densidade de probabilidade da distribuição $\kappa$ - $\mu$ Extreme. . . . .	12
2.2	Função de distribuição acumulada da distribuição $\kappa$ - $\mu$ Extreme. . . . .	12
3.1	Curvas de LCR para representar a tendência de um impulso na origem. . . . .	17
4.1	Diagrama de blocos do transmissor. . . . .	22
4.2	Diagrama de blocos do veículo receptor. . . . .	22
4.3	Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo $\kappa$ - $\mu$ Extreme ( $m = 3,25$ ) na frequência de 1,8 GHz. . . . .	26
4.4	Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo $\kappa$ - $\mu$ Extreme ( $m = 3,53$ ) na frequência de 1,8 GHz. . . . .	26
4.5	Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo $\kappa$ - $\mu$ Extreme ( $m = 3,98$ ) na frequência de 1,8 GHz. . . . .	26
4.6	Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo $\kappa$ - $\mu$ Extreme ( $m = 2,58$ ) na frequência de 2,5 GHz. . . . .	27
4.7	Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo $\kappa$ - $\mu$ Extreme ( $m = 3,16$ ) na frequência de 2,5 GHz. . . . .	27
4.8	Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo $\kappa$ - $\mu$ Extreme ( $m = 3,2$ ) na frequência de 2,5 GHz. . . . .	27
4.9	Comparativo entre as funções de distribuição acumulada empíricas e teóricas ( $m = 3,25; 3,53; 3,98$ ). . . . .	28
4.10	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #1 e Aproximação A. .	29
4.11	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #1 e Aproximação B. .	29
4.12	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #1 e Aproximação C. .	29
4.13	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #2 e Aproximação A. .	30
4.14	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #2 e Aproximação B. .	30
4.15	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #2 e Aproximação C. .	30
4.16	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #3 e Aproximação A. .	31
4.17	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #3 e Aproximação B. .	31
4.18	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #3 e Aproximação C. .	31

4.19	Comparativo entre as funções de distribuição acumulada empíricas e teóricas ( $m = 2,58; 3,16; 3,2$ ). . . . .	32
4.20	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #4 e Aproximação A. .	33
4.21	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #4 e Aproximação B. .	33
4.22	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #4 e Aproximação C. .	33
4.23	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #5 e Aproximação A. .	34
4.24	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #5 e Aproximação B. .	34
4.25	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #5 e Aproximação C. .	34
4.26	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #6 e Aproximação A. .	35
4.27	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #6 e Aproximação B. .	35
4.28	Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #6 e Aproximação C. .	35

# Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros estimados para as aproximações. . . . .	36
4.2	Valores empíricos e teóricos da LCR e do AFD no nível zero. . . . .	36

# Lista de Símbolos

$m$	Parâmetro de desvanecimento de Nakagami- $m$
$\alpha$	Parâmetro de desvanecimento de $\alpha$ - $\mu$
$\mu$	Parâmetro de desvanecimento de $\kappa$ - $\mu$ ou $\alpha$ - $\mu$ ou $\eta$ - $\mu$
$\eta$	Parâmetro de desvanecimento de $\eta$ - $\mu$
$\kappa$	Parâmetro de desvanecimento de $\kappa$ - $\mu$
$f_A(a)$	Função densidade de probabilidade de uma variável aleatória $A$
$F_A(a)$	Função de distribuição acumulada de uma variável aleatória $A$
$E(\cdot)$	Esperança de uma variável aleatória
$\text{Var}(\cdot)$	Variância de uma variável aleatória
$R$	Envoltória de um sinal com desvanecimento
$N_R(r)$	Taxa de cruzamento de nível de uma envoltória $R$
$f$	Máximo deslocamento de Doppler em Hz
$T_R(r)$	Tempo médio de desvanecimento de uma envoltória $R$
$\hat{r}$	Valor eficaz ( $RMS$ ) de $R$
$X$	Componente em fase de um sinal com desvanecimento
$Y$	Componente em quadratura de um sinal com desvanecimento
$\omega$	Máximo deslocamento de Doppler em rad/s
$X_i$	Componente em fase do sinal no $i$ -ésimo ramo
$Y_i$	Componente em quadratura do sinal no $i$ -ésimo ramo
$\dot{A}$	Derivada temporal de uma variável aleatória $A$
$f_{A_1, A_2, \dots, A_n}(\cdot, \cdot, \dots, \cdot)$	Função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias $A_1, A_2, \dots, A_n$
$P$	Envoltória normalizada com relação a $\hat{r}$
$g(\rho)$	Parte contínua da distribuição $\kappa$ - $\mu$ Extreme
$\rho_0$	Parâmetro das funções densidade de probabilidade aproximadas propostas
$f_P(\rho)_{cont.}$	Aproximação contínua da função densidade de probabilidade da $\kappa$ - $\mu$ Extreme
$d_d$	Distância entre dentes da roda do equipamento de medição
$D$	Diâmetro da roda do equipamento de medição
$f_p$	Frequência de passagem dos dentes do equipamento de medição

$f_{aq}$	Frequência de aquisição de dados da placa do equipamento de medição
$v_{max}$	Velocidade máxima do veículo móvel
$\lambda$	Comprimento de onda

# Lista de Siglas

AC	Corrente alternada (do inglês <i>Alternating Current</i> )
AFD	Tempo médio de desvanecimento (do inglês <i>Average Fade Duration</i> )
DC	Corrente contínua (do inglês <i>Direct Current</i> )
ERP	Potência efetivamente radiada (do inglês <i>Effective Radiated Power</i> )
FDA	Função de distribuição acumulada
FDP	Função densidade de probabilidade
FEEC	Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
LCR	Taxa de cruzamento de nível (do inglês <i>Level Crossing Rate</i> )
LED	Diodo emissor de luz (do inglês <i>Light-Emitting Diode</i> )
LoS	Linha de visada (do inglês <i>Line-of-Sight</i> )
MSE	Erro médio quadrático (do inglês <i>Mean Square Error</i> )
RAM	Memória de acesso aleatória (do inglês <i>Random Access Memory</i> )
RF	Rádio frequência
RMS	Valor eficaz (do inglês <i>Root Mean Square</i> - Raiz quadrada do valor médio)
RX	Receptor
TX	Transmissor
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
USB	Barramento Serial Universal (do inglês <i>Universal Serial Bus</i> )
WissTek	Laboratório de Tecnologia Sem Fio (do inglês <i>Wireless Technology Laboratory</i> )

# Trabalhos Publicados pelo Autor

## Artigos Publicados em Anais de Congressos

1. Ferdinando, E. M.; Dias, U. S.; Yacoub, M. D. Closed-Form Approximations to the High-Order Statistics of the  $\kappa$ - $\mu$  Extreme Fading. In: XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT2012), 2012, Brasília - DF. Anais do XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT2012), 2012. \*

\* Este trabalho ganhou o prêmio de segundo melhor artigo completo do XXX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT) 2012.



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Desvanecimento e Perda de Percurso . . . . .	1
1.2	Propagação do Sinal Rádio Móvel em Condições Severas de Desvanecimento . .	2
1.3	Estatísticas de Ordem Superior . . . . .	2
1.4	Proposta de Trabalho . . . . .	3
1.5	Estrutura da Dissertação . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Estatísticas do Canal Sem Fio</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução . . . . .	5
2.2	A Distribuição de Desvanecimento Rayleigh . . . . .	5
2.3	A Distribuição de Desvanecimento Rice . . . . .	6
2.4	A Distribuição de Desvanecimento Nakagami- $m$ . . . . .	7
2.5	A Distribuição de Desvanecimento $\alpha$ - $\mu$ . . . . .	7
2.6	A Distribuição de Desvanecimento $\eta$ - $\mu$ . . . . .	8
2.7	A Distribuição de Desvanecimento $\kappa$ - $\mu$ . . . . .	9
2.8	A Distribuição de Desvanecimento $\kappa$ - $\mu$ Extreme . . . . .	11
2.9	Conclusões . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Estatísticas de Ordem Superior</b>	<b>14</b>
3.1	Introdução . . . . .	14
3.2	Fórmula de Rice . . . . .	14
3.3	Estatísticas de Ordem Superior do Desvanecimento $\kappa$ - $\mu$ . . . . .	15
3.4	Estatísticas de Ordem Superior do Desvanecimento $\kappa$ - $\mu$ Extreme . . . . .	16
3.4.1	Obtenção da Distribuição Conjunta $\kappa$ - $\mu$ Extreme . . . . .	16
3.4.2	Motivação para as Aproximações . . . . .	16
3.4.3	Aproximações para as Estatísticas de Ordem Superior . . . . .	17
3.5	Conclusões . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Medidas de Campo e Validações</b>	<b>21</b>
4.1	Introdução . . . . .	21
4.2	Sistema de Medição . . . . .	21

4.2.1	Transmissor . . . . .	21
4.2.2	Veículo Receptor Móvel . . . . .	22
4.3	Medidas de Campo . . . . .	24
4.4	Validações . . . . .	25
4.4.1	Dados de Campo na Frequência de 1,8 GHz . . . . .	25
4.4.2	Dados de Campo na Frequência de 2,5 GHz . . . . .	28
4.4.3	Análise dos Resultados . . . . .	32
4.5	Conclusões . . . . .	37
<b>5</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>38</b>
5.1	Investigações Futuras . . . . .	39
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>41</b>
A	Especificação Técnica dos Equipamentos de Medição em 1,8 GHz	44
B	Código da Aproximação A - Mathematica	45
C	Código da Aproximação B - Mathematica	47
D	Código da Aproximação C - Mathematica	49
E	Código das Estatísticas Empíricas - Matlab	51

# Introdução

Os serviços de comunicações sem fio tornam-se a cada dia mais arrojados e mais populares. A sua evolução e o seu largo uso se devem a vários fatores, tais como, facilidade de uso, mobilidade, aplicabilidade, entre outros. De todos esses fatores, a mobilidade proveniente dos terminais sem fio pode ser considerada o principal motivo de todo o desenvolvimento tecnológico nessa área do conhecimento. Em vista dessa popularização, o estudo do canal sem fio se torna de extrema importância na criação de novas tecnologias sem fio e melhora das atuais. Nesse estudo, o grande problema é a aleatoriedade do sinal rádio móvel, conhecida como desvanecimento. Isso se deve ao fato que a onda eletromagnética é susceptível a reflexões, refrações, difrações entre outros fenômenos, o que impossibilita a análise totalmente determinística do sinal. É onde se enquadra a caracterização do ambiente de propagação sem fio por meio de modelos probabilísticos.

## 1.1 Desvanecimento e Perda de Percurso

O desvanecimento é usualmente classificado em dois tipos: longo prazo e curto prazo. O desvanecimento de longo prazo é caracterizado pelo efeito de sombreamento provocado por obstruções topográficas ou morfológicas de larga escala no sinal rádio móvel. A ocorrência de precipitações atmosféricas tais como chuva, granizo e neve, além de oscilações do índice de refração atmosférico que provocam a diminuição do raio efetivo da terra e maximizam obstáculos, também contribuem para a atenuação do sinal. O desvanecimento de longo prazo determina a variação da média global do sinal recebido e ocorre em intervalos de dezenas ou centenas de comprimento de onda, podendo durar desde alguns minutos à várias horas.

O desvanecimento de curto prazo é decorrente da ação conjunta dos efeitos já citados, como reflexões, espalhamentos e difrações, ou em outras palavras, resulta da propagação multipercurso do sinal rádio móvel. Esse tipo de desvanecimento afeta a média local do sinal e ocorre em intervalos de aproximadamente frações de comprimento de onda. Atenuações da ordem de 50 dB são comuns nessa situação e podem durar curtos períodos, desde frações de segundo até minutos [1].

Modelos de desvanecimento de curto prazo tradicionais como Nakagami- $m$  [2] e Rice [3] possuem boa flexibilidade de adaptação para diversos tipos de cenários, mas falha em outros. Em razão disso, recentemente foram propostos modelos de desvanecimentos mais gerais, denomina-

dos  $\alpha$ - $\mu$  [4],  $\kappa$ - $\mu$  [5] e  $\eta$ - $\mu$  [5], que incluem modelos clássicos como casos especiais, e melhor se encaixam a dados experimentais. Em relação ao desvanecimento de longo prazo, a distribuição de probabilidade log-normal tem se mostrado satisfatória para essa modelagem [1].

Além do desvanecimento, há o fenômeno de perda de percurso em grande escala, que também pode vir a ser uma das causas da degradação do sinal. Esse consiste na atenuação do sinal ao longo do percurso entre transmissor e receptor. A perda de percurso depende de um grande número de fatores, dos quais citam-se o ambiente de propagação, a frequência de operação, a distância entre transmissor e receptor, as características do sistema radiante, dentre outros. As variações em larga escala são observáveis ao longo de grandes distâncias comparadas ao comprimento de onda.

## 1.2 Propagação do Sinal Rádio Móvel em Condições Severas de Desvanecimento

Devido ao já citado crescimento das redes sem fio, não apenas ambientes *indoor* e *outdoor* têm sido alvos de estudos, mas também ambientes confinados (aeronaves, trens, ônibus, entre outros) vêm se tornando cada vez mais propícios a conterem algum tipo de conexão sem fio. Os ambientes confinados podem ser citados como um dos exemplos conhecidos por apresentarem condições muito severas de desvanecimento. Mais especificamente, devido à enorme variação do sinal recebido, um grande número de amostras do sinal pode ser encontrada abaixo da sensibilidade do receptor, sendo assim interpretadas como nulos. Portanto, apesar de o sinal não ser necessariamente nulo, se este evento for frequente, a probabilidade de ele ocorrer não pode ser negligenciada. Além disso, ao contrário dos ambientes tradicionais, onde diferentes combinações de um grande número de componentes de multipercurso conduzem a canais de desvanecimento conhecidos, ambientes confinados e com desvanecimento severo apresentam apenas alguns poucos multipercursos, o que torna a utilização do Teorema Central do Limite inapropriada [6]. Além do mais, mecanismos de propagação úteis e conhecidos, como por exemplo o Terra Plana [7], predizem que ondas diretas e refletidas podem ser combinadas e resultar em nulos sobre algum ponto da recepção. Em [8], as condições de desvanecimento severo (piores do que aquelas previstas no modelo de Rayleigh) são chamadas de desvanecimento hyper-Rayleigh [6, 8, 9].

Em [5], uma condição extrema de desvanecimento foi encontrada para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . Tal condição, nomeada  $\kappa$ - $\mu$  Extreme foi posteriormente explorada em [10], em termos de suas estatísticas de primeira ordem. Dados provenientes de medidas de campo em um grande helicóptero de transporte, em um ginásio de esportes e em um estacionamento, foram usados para validar o novo modelo de desvanecimento severo proposto em [10].

## 1.3 Estatísticas de Ordem Superior

Em canais sem fio com desvanecimento rápido, a performance dos sistemas de comunicação degrada-se significativamente devido a flutuações na envoltória do sinal, e por isso é de suma importância caracterizar tais variações aleatórias em termos das estatísticas de desvanecimento. A

taxa de cruzamento de nível (LCR, do inglês *Level Crossing Rate*) e o tempo médio de desvanecimento (AFD, do inglês *Average Fade Duration*) da envoltória de um sinal são duas estatísticas de ordem superior (ou segunda ordem) que trazem importantes informações a respeito da dinâmica do comportamento temporal de canais com desvanecimento de multipercurso. A LCR diz respeito ao número médio de vezes por segundo que a envoltória do sinal cruza um certo nível. Já o AFD é o tempo médio que a envoltória do sinal fica abaixo de um certo nível. Essas estatísticas fornecem bases para a aplicação de códigos corretores de erro [11–13], no sentido de que o entrelaçamento de dados pode ser otimizado com base no AFD [14,15]. Note que em um canal com desvanecimento que conta com um AFD relativamente grande é mais provável que um bloco de dados mais longo seja corrompido do que um bloco curto. E ainda, tais estatísticas de desvanecimento têm sido usadas para análise de desempenho de sistemas [16] e modelagem de canal [17]. A Figura 1.1 apresenta uma ilustração sobre o limiar de cruzamento  $R$  e os intervalos de tempo pelo qual a envoltória do sinal fica abaixo desse limiar.

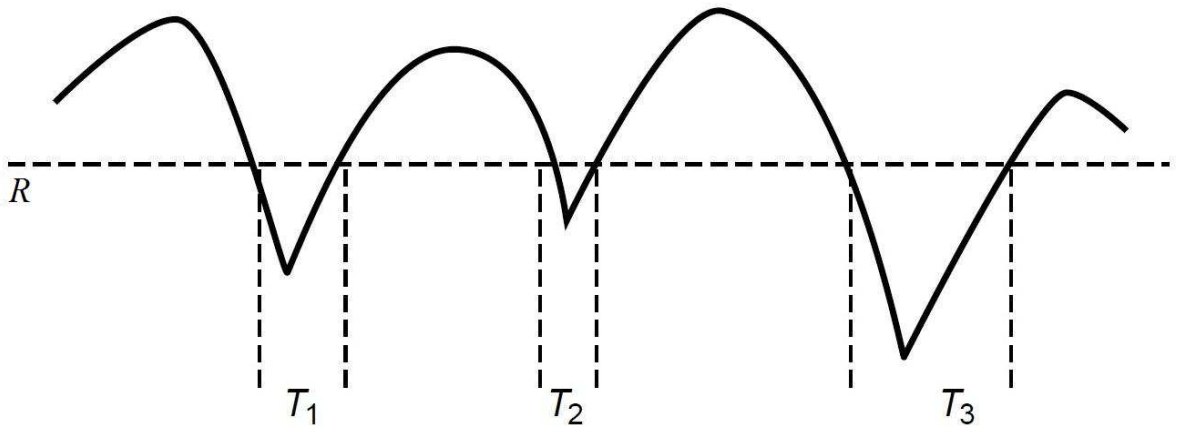


Figura 1.1: Ilustração da definição das estatísticas de ordem superior.

## 1.4 Proposta de Trabalho

Até então, o modelo de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme estava limitado às suas estatísticas de primeira ordem. Contudo, devido à importância das estatísticas de ordem superior na caracterização do canal sem fio, é importante explorar tais estatísticas, que se constituem como alvo deste trabalho. É relevante salientar que, para o caso especial da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, esse problema ainda continua em aberto para uma solução exata das estatísticas de ordem superior, visto que, como será citado neste trabalho, há uma certa limitação na aplicação da formulação clássica. Logo, o objetivo aqui é encontrar expressões aproximadas para a taxa de cruzamento de nível e o tempo médio de desvanecimento, e validá-las com dados de campo cujas estatísticas de primeira ordem se enquadram no modelo  $\kappa$ - $\mu$  Extreme.

## 1.5 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação é estruturada como segue:

- O **Capítulo 2** introduz algumas estatísticas de primeira e segunda ordem de três distribuições de desvanecimento clássicas e de constantes aparições na literatura: Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$ . Além de três distribuições recentes e mais gerais:  $\alpha$ - $\mu$ ,  $\eta$ - $\mu$  e  $\kappa$ - $\mu$ . Em seguida, o capítulo descreve a derivação da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme como um caso especial da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , e apresenta algumas de suas estatísticas de primeira ordem.
- O **Capítulo 3** começa apresentando a forma clássica de se obter a LCR e o AFD. Em seguida, é descrita a derivação das estatísticas de ordem superior do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ , já disponível na literatura. Por fim, mostra-se o processo utilizado no desenvolvimento das aproximações para as estatísticas de ordem superior de um canal  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, incluindo a obtenção da distribuição conjunta e a motivação por trás do uso das aproximações.
- No **Capítulo 4** é apresentado o sistema de medidas utilizado para obter os dados de campo. Os cenários e as condições onde ocorreram as medidas também são descritos. Entre os dados de campo, estão presentes medidas previamente apresentadas em outro trabalho, juntamente com novas medidas. Posteriormente, os dados das medidas são utilizados para validar as aproximações propostas neste trabalho. E, por fim, é feita uma análise das validações.
- O **Capítulo 5** apresenta as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.
- O **Anexo A** fornece a especificação técnica dos equipamentos utilizados nas campanhas de medição (em 1,8 GHz) para a validação das estatísticas de ordem superior da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme.
- O **Anexo B** apresenta o código-fonte do *Wolfram Mathematica*<sup>®</sup> utilizado para obter as curvas da Aproximação A, proposta neste trabalho.
- O **Anexo C** fornece o código-fonte do *Wolfram Mathematica*<sup>®</sup> utilizado para obter as curvas da Aproximação B, proposta neste trabalho.
- O **Anexo D** contém o código-fonte do *Wolfram Mathematica*<sup>®</sup> utilizado para obter as curvas da Aproximação C, proposta neste trabalho.
- O **Anexo E** apresenta o código-fonte do *Matlab*<sup>®</sup> usado para gerar as estatísticas empíricas a partir dos dados de campo, e compará-las com as curvas teóricas provenientes das estatísticas de ordem superior aproximadas propostas.

# Estatísticas do Canal Sem Fio

## 2.1 Introdução

Na literatura, a função densidade de probabilidade (FDP) e a função de distribuição acumulada (FDA) são estatísticas de primeira ordem muito importantes e utilizadas no estudo do canal sem fio. Em se tratando de estatísticas de ordem superior, as mais empregadas são a taxa de cruzamento de nível e o tempo médio de desvanecimento.

Neste capítulo serão apresentadas, de modo sucinto, as principais estatísticas de primeira e segunda ordem de algumas distribuições de desvanecimento de pequena escala clássicas na literatura: Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$ . Posteriormente, as mesmas estatísticas são apresentadas para modelos de desvanecimento mais gerais e recentes:  $\alpha$ - $\mu$ ,  $\eta$ - $\mu$  e  $\kappa$ - $\mu$ . E por fim, é apresentada uma recente distribuição de desvanecimento, a  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, alvo de estudo deste trabalho. Essa que é uma das raras distribuições que explora as condições de desvanecimento severo. Foi apresentada originalmente em [5] como um caso particular da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , obtida quando seus parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$  atingem valores extremos, caracterizando a severidade do desvanecimento. Posteriormente, foi melhor explorada em [10], onde foram apresentadas suas estatísticas de ordem primária.

## 2.2 A Distribuição de Desvanecimento Rayleigh

A distribuição Rayleigh foi proposta inicialmente por Lord Rayleigh em 1880 [18], mas somente em 1935 Pawsey [19] a utilizou para modelar dados de potência de sinal. Seu modelo físico é baseado em um ambiente de propagação homogêneo na ausência de linha de visada (LoS, do inglês *Line-of-Sight*), sendo que sua FDP de envoltória é escrita como [20]

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r \geq 0, \quad (2.1)$$

em que  $\sigma^2 = E(X^2) = E(Y^2)$  é a potência média ou variância de cada processo gaussiano (em fase e quadratura) independentes que formam o modelo da distribuição com componentes de média nula, onde  $E(\cdot)$  denota o operador esperança. E em consequência, a FDA da envoltória da distribuição de desvanecimento Rayleigh é dada por [20]

$$F_R(r) = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r \geq 0. \quad (2.2)$$

As duas principais estatísticas de segunda ordem, LCR e AFD, são dadas respectivamente por [7]

$$N_R(r) = \sqrt{2\pi}f \frac{r}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left[-\left(\frac{r}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right], \quad r \geq 0, \quad (2.3)$$

$$T_R(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}f(r/\sqrt{2}\sigma)} \left[ \exp\left(\left(\frac{r}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right) - 1 \right], \quad r \geq 0, \quad (2.4)$$

sendo  $f$  o máximo deslocamento de Doppler em *hertz* [20] e  $r$  o limiar de análise desejado.

## 2.3 A Distribuição de Desvanecimento Rice

A distribuição de Rice [3, Eq. 1.4-1] representa a envoltória de um sinal recebido com múltiplos percursos e com LoS. E sua FDP é escrita como [20]

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{ar}{\sigma^2}\right), \quad r \geq 0, \quad (2.5)$$

em que  $a$  representa o valor médio da componente com LoS e  $I_0$  é a função de Bessel modificada do primeiro tipo e ordem zero [21, Eq. 8.406]. Sua FDA de envoltória segue a forma [20]

$$F_R(r) = 1 - Q\left(\frac{a}{\sigma}, \frac{r}{\sigma}\right), \quad r \geq 0, \quad (2.6)$$

onde

$$Q(a, b) = \int_b^\infty x \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_0(ax) dx \quad (2.7)$$

é a função Marcum-Q [22]. A distribuição Rice é regularmente descrita em termos do parâmetro  $k_{Rice}$ , definido como a razão entre as potências da componente dominante ( $a^2$ ) e das componentes espalhadas ( $2\sigma^2$ ), logo,

$$k_{Rice} \triangleq \frac{a^2}{2\sigma^2}. \quad (2.8)$$

A taxa de cruzamento de nível do modelo de desvanecimento Rice é representada na forma [23]

$$N_R(r) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} f_R(r), \quad r \geq 0, \quad (2.9)$$

sendo  $\beta = 2(\pi\sigma f)^2$  no caso de espalhamento isotrópico e  $f_R(r)$  a FDP da distribuição de Rice representada por (2.5). O tempo médio de desvanecimento é obtido da maneira clássica,



$$T_R(r) = \frac{F_R(r)}{N_R(r)}, \quad r \geq 0, \quad (2.10)$$

em que  $F_R(r)$  é dado por (2.6) e  $N_R(r)$  é a LCR da distribuição de Rice apresentada em (2.9).

## 2.4 A Distribuição de Desvanecimento Nakagami- $m$

A distribuição Nakagami- $m$  tem recebido especial atenção nos últimos anos, por ser de fácil manipulação matemática e de grande aplicabilidade em ambiente reais. Foi proposta inicialmente por Nakagami [2] em 1960 de forma empírica. Posteriormente em [24] um modelo físico equivalente foi proposto. Nesse modelo, o sinal recebido é resultado de uma composição de sinais oriundos de diversos agrupamentos de multipercursos. Sendo que a sua FDP de envoltória segue a forma [24]

$$f_R(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Omega^m \Gamma(m)} \exp\left(-m \frac{r^2}{\Omega}\right), \quad r \geq 0, \quad (2.11)$$

onde  $\Omega = E(R^2)$  é a potência média do sinal recebido,  $m$  é o fator de desvanecimento [2, Eq. 4] e  $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} \exp(-t) dt$  é a função Gamma [25, Eq. 6.1.1]. Em consequência, a FDA da envoltória pode ser escrita como [2]

$$F_R(r) = P(m, mr^2/\Omega), \quad r \geq 0, \quad (2.12)$$

sendo  $P(a, x) = 1/\Gamma(a) \times \int_0^x t^{a-1} \exp(-t) dt$  a função Gamma incompleta regularizada inferior [25, Eq. 6.5.1].

A LCR e o AFD são dados respectivamente por [24]

$$N_R(r) = \sqrt{2\pi} f \frac{m^{m-(1/2)}}{\Gamma(m)} \rho^{2m-1} \exp(-m\rho^2), \quad r \geq 0, \quad (2.13)$$

$$T_R(r) = \frac{\Gamma(m, m\rho^2)}{\sqrt{2\pi} f m^{m-(1/2)} \rho^{2m-1} \exp(-m\rho^2)}, \quad r \geq 0, \quad (2.14)$$

sendo  $\Gamma(a, b) = \int_0^b t^{a-1} \exp(-t) dt$  a função Gamma incompleta [21, Eq. 8.350] e  $\rho = r/\hat{r}$ , em que  $\hat{r} = \sqrt{E(R^2)}$  é o valor *rms* da envoltória resultante do modelo de Nakagami- $m$ .

## 2.5 A Distribuição de Desvanecimento $\alpha$ - $\mu$

A distribuição  $\alpha$ - $\mu$  foi primeiramente apresentada como modelo de desvanecimento em [26] sendo posteriormente formalizada em [4]. Entretanto, a distribuição já havia sido derivada em [27], apenas como uma generalização da distribuição Gamma.

Os modelos de desvanecimento tradicionais apresentados até agora foram obtidos levando em consideração ambientes com campo de espalhamento homogêneo, o que de fato pode não representar a realidade [4]. A distribuição de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  explora as não linearidades

dos meios de propagação, resultantes da correlação espacial entre as superfícies de refração e reflexão [28]. A FDP de envoltória da distribuição  $\alpha$ - $\mu$  pode ser escrita como [4]

$$f_R(r) = \frac{\alpha \mu^\mu r^{\alpha\mu-1}}{\hat{r}^{\alpha\mu} \Gamma(\mu)} \exp\left(-\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right), \quad r \geq 0, \quad (2.15)$$

enquanto a FDA é dada por

$$F_R(r) = P(\mu, \mu(r/\hat{r})^\alpha), \quad r \geq 0. \quad (2.16)$$

Sendo  $\alpha > 0$  o parâmetro que representa as não linearidades do meio,  $\mu \triangleq E^2(R^\alpha)/\text{Var}(R^\alpha) = \hat{r}^{2\alpha}/\text{Var}(R^\alpha) > 0$  a extensão contínua do número de agrupamentos de multipercursos e  $\hat{r} = \sqrt[\alpha]{E(R^\alpha)}$  a raiz  $\alpha$ -ésima do valor médio de  $R^\alpha$ . Em que  $\text{Var}(\cdot)$  representa o operador variância.

As estatísticas de ordem superior, em termos da LCR e do AFD, da distribuição  $\alpha$ - $\mu$  seguem, respectivamente, as formas [4]

$$N_R(r) = \frac{\omega \mu^{\mu-0,5} \rho^{\alpha(\mu-0,5)}}{\sqrt{2\pi} \Gamma(\mu) \exp(\mu \rho^\alpha)}, \quad \rho \geq 0 \quad (2.17)$$

e

$$T_R(r) = \frac{\sqrt{2\pi} \Gamma(\mu, \mu \rho^\alpha) \exp(\mu \rho^\alpha)}{\omega \mu^{\mu-0,5} \rho^{\alpha(\mu-0,5)}}, \quad \rho \geq 0, \quad (2.18)$$

em que  $\rho = r/\hat{r}$  e  $\omega$  é o máximo deslocamento de Doppler em radianos por segundo.

A distribuição de desvanecimento  $\alpha$ - $\mu$  apresenta como casos particulares as distribuições [4]: Weibull ( $\mu=1$ ), Nakagami- $m$  ( $\alpha = 2$ ,  $\mu = m$ ), Rayleigh ( $\alpha = 2$ ,  $\mu = 1$ ), Exponencial Negativa ( $\alpha = 1$ ,  $\mu = 1$ ) e Gaussiana Unilateral ( $\alpha = 2$ ,  $\mu = 1/2$ ).

## 2.6 A Distribuição de Desvanecimento $\eta$ - $\mu$

A distribuição  $\eta$ - $\mu$  é uma distribuição de desvanecimento generalizada usada para representar a variação em pequena escala de um sinal desvanecido, composto por  $n$  agrupamentos de multipercurso propagados em um ambiente heterogêneo com ausência de LoS [5]. A distribuição é apresentada em dois formatos, nomeados 1 e 2, mas por simplicidade somente o formato 1 é considerado aqui. Os componentes, em fase e em quadratura, que compõem o sinal são assumidos possuírem diferentes potências ( $\sigma_X^2$  e  $\sigma_Y^2$ ). A FDP da envoltória do sinal recebido pode ser expressa por [5]

$$f_R(r) = \frac{4\sqrt{\pi} \mu^{\mu+\frac{1}{2}} h^\mu r^{2\mu}}{\Gamma(\mu) H^{\mu-\frac{1}{2}} \hat{r}^{2\mu+1}} \exp\left(-2\mu h \frac{r^2}{\hat{r}^2}\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H \frac{r^2}{\hat{r}^2}\right), \quad r \geq 0, \quad (2.19)$$

sendo  $\eta \triangleq \frac{\sigma_X^2}{\sigma_Y^2}$  ( $0 < \eta \leq 1$ ) a razão entre as potências em fase e em quadratura do sinal,  $\mu \triangleq \frac{E^2(R^2)}{\text{Var}(R^2)} \left(1 + \frac{H^2}{h^2}\right) > 0$  a extensão contínua de  $\frac{n}{2}$ ,  $h = \frac{2+\eta^{-1}+\eta}{4}$ ,  $H = \frac{\eta^{-1}-\eta}{4}$ ,  $I_\nu(\cdot)$  a função de Bessel modificada do primeiro tipo e ordem  $\nu$  [21, Eq. 8.406], e  $\hat{r} = \sqrt{E(R^2)}$ .

A FDA da distribuição  $\eta$ - $\mu$  é escrita como [5]

$$F_R(r) = 1 - Y_\mu \left( \frac{1-\eta}{1+\eta}, \sqrt{\frac{\mu}{2\eta}} \frac{(1+\eta)r}{\hat{r}} \right), \quad r \geq 0, \quad (2.20)$$

onde

$$Y_v(\lambda, \beta) = \frac{2^{-v+\frac{3}{2}} \sqrt{\pi} (1-\lambda^2)^v}{\Gamma(v)} \times \int_\beta^\infty x^{2v} \exp(-x^2) I_{v-\frac{1}{2}}(\lambda x^2) dx. \quad (2.21)$$

A taxa de cruzamento de nível para o canal de desvanecimento  $\eta$ - $\mu$  é dada por [29]

$$N_R(r) = \frac{f\sqrt{\pi} r^{4\mu-1} (1+\eta)^{2\mu-\frac{1}{2}} \mu^{2\mu-\frac{1}{2}}}{\eta^\mu \hat{r}^{4\mu-1} 2^{2\mu-2} \Gamma^2(\mu)} \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin(2\theta))^{2\mu-1} \sqrt{1+\eta+(-1+\eta)\cos(2\theta)} \\ \times \exp\left(-\frac{r^2(1+\eta)\mu}{2\hat{r}^2\eta} (1+\eta-(-1+\eta)\cos(2\theta))\right) d\theta, \quad r \geq 0. \quad (2.22)$$

Já o tempo médio de desvanecimento, segue diretamente de (2.20) e de (2.22) como sendo

$$T_R(r) = \frac{F_R(r)}{N_R(r)}, \quad r \geq 0. \quad (2.23)$$

A distribuição de desvanecimento  $\eta$ - $\mu$  no Formato 1 inclui as distribuições [5]: Hoyt ( $\eta = 1/2$ ), Gaussiana Unilateral ( $\eta \rightarrow 0$  ou  $\eta \rightarrow \infty$ ), Rayleigh ( $\eta = 1$ ,  $\mu = 1/2$ ) e Nakagami- $m$  ( $\eta \rightarrow 0$  ou  $\eta \rightarrow \infty$ ,  $\mu = m$ ).

## 2.7 A Distribuição de Desvanecimento $\kappa$ - $\mu$

A  $\kappa$ - $\mu$  é uma distribuição geral de desvanecimento, que pode ser usada para representar desvanecimento de pequena escala em um ambiente de propagação heterogêneo, com a presença de linha de visada. A envoltória resultante do modelo  $\kappa$ - $\mu$  em termos dos seus componentes em fase e em quadratura segue a seguinte forma [5],

$$R^2 = \sum_{i=1}^n (X_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i + q_i)^2, \quad (2.24)$$

onde  $X_i$  e  $Y_i$  são processos Gaussianos mutuamente independentes com  $E(X_i) = E(Y_i) = 0$ ,  $E(X_i^2) = E(Y_i^2) = \sigma^2$ ;  $p_i$  e  $q_i$  são, respectivamente, os valores médios das componentes em fase e em quadratura do agrupamento  $i$  de ondas de multipercurso, e por fim  $n$  representa o número de agrupamentos de multipercurso.

Para um sinal de desvanecimento com envoltória  $R$ , e envoltória normalizada  $P = R/\hat{r}$ , sendo  $\hat{r} = \sqrt{E(R^2)}$  o valor *rms* de  $R$ , a FDP da envoltória normalizada da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  é escrita como [5]

$$f_P(\rho) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \rho^\mu \exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2] \times I_{\mu-1} \left[ 2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho \right], \quad \rho \geq 0. \quad (2.25)$$

Como pode ser observado, (2.25) é dada em termos dos parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$ . O parâmetro  $\kappa > 0$  é formalmente definido como a razão entre as potências das componentes dominantes ( $d^2 = \sum_{i=1}^n p_i^2 + q_i^2$ ) e espalhadas ( $2n\sigma^2$ ) [5], ou seja,

$$\kappa = \frac{d^2}{2n\sigma^2}. \quad (2.26)$$

Já o parâmetro  $\mu > 0$  é a extensão contínua de  $n$ , e pode ser escrito como [5]

$$\mu \triangleq \frac{E^2(R^2)}{\text{Var}(R^2)} \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2}. \quad (2.27)$$

A FDA  $F_P(\rho)$  é dada por [5]

$$F_P(\rho) = 1 - Q_\mu \left( \sqrt{2\kappa\mu}, \sqrt{2(1 + \kappa)\mu\rho} \right), \quad \rho \geq 0, \quad (2.28)$$

sendo

$$Q_\nu(a, b) = \frac{1}{a^{\nu-1}} \int_b^\infty x^\nu \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_{\nu-1}(ax) dx \quad (2.29)$$

a função Marcum-Q de ordem  $\nu$  [22]. Já o  $k$ -ésimo momento,  $E(P^k)$ , da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  é obtido a partir de [5]

$$E(P^k) = \frac{\Gamma(\mu + k/2) \exp(-\kappa\mu)}{\Gamma(\mu) [(1 + \kappa)\mu]^{k/2}} {}_1F_1(\mu + k/2; \mu; \kappa\mu), \quad (2.30)$$

em que  ${}_1F_1$  é a função hipergeométrica confluyente [25, Eq. 13.1.2]. Obviamente,  $E(R^k) = \hat{r}^k E(P^k)$ . E no caso especial do segundo momento de  $R$ , este também pode ser encontrado utilizando a formulação [5],

$$E(R^2) = \hat{r}^2 = 2n\sigma^2 + d^2. \quad (2.31)$$

Para um dado parâmetro  $m$  de Nakagami, podem ser obtidas um número infinito de curvas da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . O parâmetro  $m$  citado é conhecido como sendo o inverso da variância da potência normalizada, ou seja,  $m = \text{Var}^{-1}(P^2)$ , e pode ser escrito em termos de  $\kappa$  e  $\mu$  como [5]

$$m = \frac{\mu(1 + \kappa)^2}{1 + 2\kappa}. \quad (2.32)$$

A LCR da distribuição de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  é expressa na forma [30]

$$N_P(\rho) = \frac{\sqrt{2\pi\mu} f(1 + \kappa)^{\mu/2}}{\kappa^{(\mu-1)/2} \exp(\mu\kappa)} \rho^\mu \exp[-\mu(1 + \kappa)\rho^2] I_{\mu-1} \left[ 2\mu\sqrt{\kappa(1 + \kappa)}\rho \right], \quad \rho \geq 0. \quad (2.33)$$

E, por consequência, a expressão do AFD é [30]

$$T_P(\rho) = \frac{1 - Q_\mu \left( \sqrt{2\kappa\mu}, \sqrt{2(1 + \kappa)\mu\rho} \right)}{N_P(\rho)}, \quad \rho \geq 0, \quad (2.34)$$

em que  $N_P(\rho)$  é dada por (2.33).

A distribuição de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  apresenta as seguintes distribuições clássicas como casos especiais [5]: Rice ( $\kappa = k_{Rice}$ ,  $\mu = 1$ ), Nakagami- $m$  ( $\kappa \rightarrow 0$ ,  $\mu = m$ ), Rayleigh ( $\kappa \rightarrow 0$ ,  $\mu = 1$ ) e Gaussiana Unilateral ( $\kappa \rightarrow 0$ ,  $\mu = 1/2$ ).

## 2.8 A Distribuição de Desvanecimento $\kappa$ - $\mu$ Extreme

Como já foi dito, a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme foi apresentada inicialmente em [5] como um dos casos particulares da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , onde seus parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$  assumiam valores extremos. A derivação da FDP da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme foi obtida observando que à medida que mantinha-se o parâmetro  $m$  de (2.32) constante e fazia-se  $\kappa \rightarrow \infty$  (LoS muito intensa) e  $\mu \rightarrow 0$  (pouquíssimo multipercurso), um impulso tendia a ocorrer em  $\rho = 0$ , assim como  $\kappa\mu \rightarrow 2m$ . Sendo assim, a FDP da envoltória normalizada foi então obtida, à partir de (2.25), como sendo [5, Eq. 16]

$$f_P(\rho) = \frac{4mI_1(4m\rho)}{\exp[2m(1+\rho^2)]} + \left[1 - \frac{\sqrt{2m\pi}}{\exp(m)}I_{0.5}(m)\right]\delta(\rho), \quad \rho \geq 0. \quad (2.35)$$

Em [10] uma expressão mais simplificada foi obtida, utilizando  $I_{0.5} = [\exp(m) - \exp(-m)]/\sqrt{2\pi m}$  [21, Eq. (8.447)] em (2.35), resultando assim em,

$$f_P(\rho) = \frac{4mI_1(4m\rho)}{\exp[2m(1+\rho^2)]} + \exp(-2m)\delta(\rho), \quad \rho \geq 0, \quad (2.36)$$

sendo  $\delta(\cdot)$  a função delta de Dirac [31]. Em consequência, a FDA da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme é dada por [10]

$$F_P(\rho) = 1 - Q_0(2\sqrt{m}, 2\sqrt{m}\rho), \quad \rho \geq 0, \quad (2.37)$$

em que

$$Q_0(a, b) = a \int_b^\infty \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_1(ax) dx \quad (2.38)$$

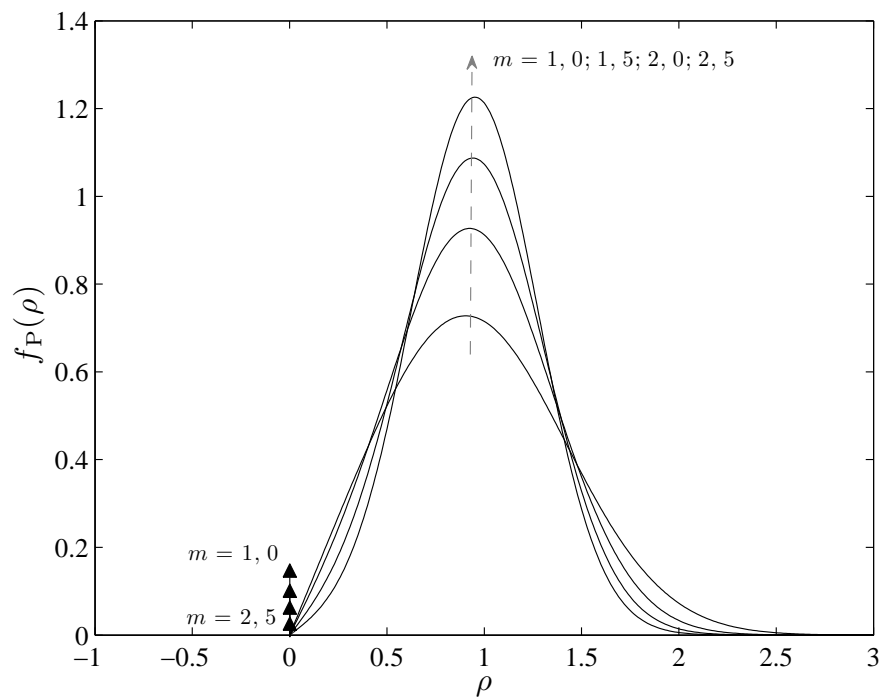
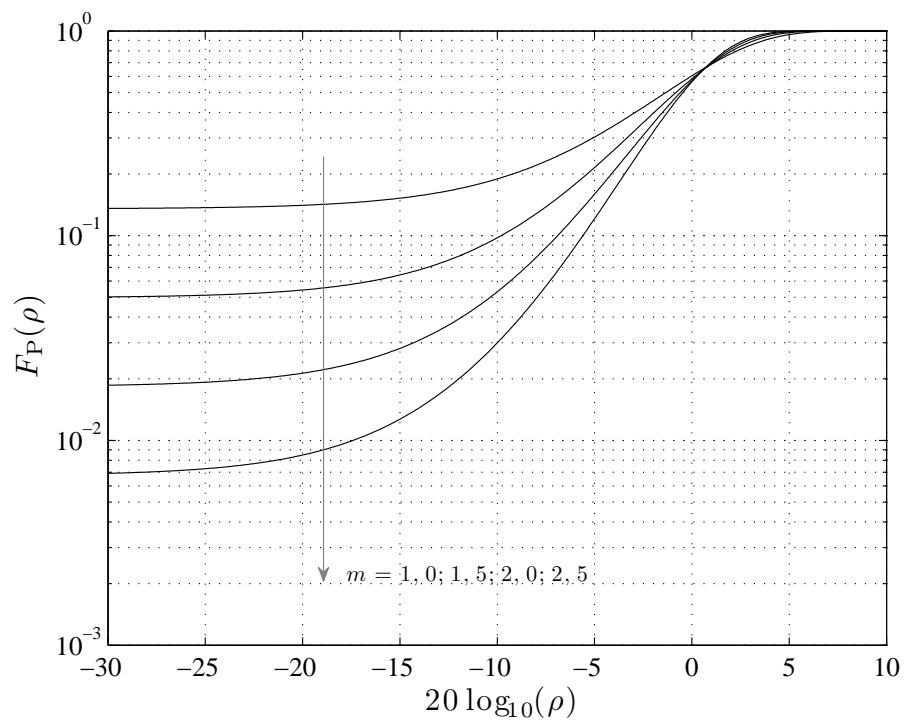
é a função Marcum-Q de ordem zero [22]. Em [10] foi encontrada uma representação em série para a FDA da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, a qual pode ser de grande importância na redução do esforço computacional e geração de amostras  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. Nas Figuras 2.1 e 2.2 são apresentados alguns exemplos de curvas obtidas com as expressões (2.36) e (2.37).

O  $k$ -ésimo momento de P,  $E(P^k)$ , pode ser expresso em forma fechada como [10]

$$E(P^k) = \frac{km\Gamma(k/2)}{(2m)^{k/2}} {}_1F_1(1 - k/2; 2; -2m), \quad (2.39)$$

$k > 0$  e  $E(P^0) = 1$ .

É importante ressaltar que, apesar de os parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$  tenderem a valores extremos, o parâmetro físico  $m$  continua a representar o inverso da variância da potência normalizada, ou seja,  $m = \text{Var}^{-1}(P^2)$ . E para um dado  $m$ , todas as possíveis distribuições  $\kappa$ - $\mu$  posicionam-se entre as curvas de Nakagami- $m$  (limite inferior) e  $\kappa$ - $\mu$  Extreme (limite superior), comprovando que esta última atua como cenário de pior caso para o modelo  $\kappa$ - $\mu$  (Figura 1 da referência [10]).


 Figura 2.1: Função densidade de probabilidade da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme.

 Figura 2.2: Função de distribuição acumulada da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme.

## 2.9 Conclusões

Este capítulo apresentou uma breve descrição de algumas das principais distribuições probabilísticas utilizadas para representar o desvanecimento de pequena escala no canal sem fio. Foram citados o tipo de cenário ao qual cada uma das distribuições podem ser aplicadas, chamando a atenção o fato da existência de diversos ambientes que necessitam de diferentes modelos matemáticos para sua descrição. Algumas distribuições, como por exemplo, as distribuições  $\alpha$ - $\mu$ ,  $\kappa$ - $\mu$  e  $\eta$ - $\mu$  têm como característica incluir outras distribuições como casos especiais, sendo assim considerados modelos de desvanecimento mais gerais. Por fim, foram apresentadas as principais estatísticas de primeira ordem da distribuição de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, que possui uma formulação incomum dentre as outras distribuições de pequena escala, por incorporar uma parte contínua e uma parte discreta. E além disso, a distribuição descreve recentes cenários de estudos, aqueles que apresentam desvanecimento severo.

# Estatísticas de Ordem Superior

## 3.1 Introdução

As estatísticas de ordem superior, representadas principalmente pela taxa de cruzamento de nível e o tempo médio de desvanecimento, são importantes contribuições no estudo dos canais rádio móveis e no desenvolvimento de sistemas de comunicação sem fio.

Este capítulo apresenta a derivação das já obtidas estatísticas de ordem superior da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  [30], que em seguida serão de grande utilidade na obtenção das expressões aproximadas das estatísticas de ordem superior da distribuição de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. O motivo de se apresentarem apenas as aproximações vem do fato de que a  $\kappa$ - $\mu$  Extreme não atende uma exigência básica no método clássico de desenvolvimento das referidas estatísticas com fórmulas exatas, como será descrito mais adiante.

## 3.2 Fórmula de Rice

A taxa média em que a envoltória cruza um determinado nível na direção positiva é dada por [3]

$$N_R(r) = \int_0^\infty \dot{r} f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r}) d\dot{r}, \quad (3.1)$$

onde  $f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r})$  é a distribuição conjunta da envoltória  $R$  e de sua derivada  $\dot{R}$  no tempo. A Equação (3.1) é a fórmula de Rice clássica para obtenção da LCR. Em [3], o próprio Rice cita que essa formulação apenas pode ser aplicada no caso em que a FDP conjunta é contínua e a integral converge uniformemente. Com base na formulação apresentada para encontrar a LCR, o tempo médio que a envoltória de um sinal fica abaixo de um certo nível é dado por

$$T_R(r) = \frac{F_R(r)}{N_R(r)}, \quad (3.2)$$

em que  $F_R(r)$  é a FDA de  $R$ .



### 3.3 Estatísticas de Ordem Superior do Desvanecimento

#### $\kappa$ - $\mu$

Em [30], os autores apresentam fórmulas fechadas para as estatísticas de ordem superior da distribuição de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ . A distribuição conjunta  $f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r})$  foi derivada seguindo os mesmos conceitos outrora encontrados para as distribuições de Rice [23], Rayleigh [7] e Nakagami- $m$  [24], ou seja, a envoltória e sua derivada no tempo são variáveis aleatórias independentes, o que implica em  $f_{R,\dot{R}}(r, \dot{r}) = f_R(r) \times f_{\dot{R}}(\dot{r})$  [32]. Sendo que para o caso da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ ,  $\dot{R}$  é caracterizada por uma distribuição Gaussiana de média nula e variância dada por [30]

$$\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2\sigma^2 f^2, \quad (3.3)$$

em que  $\sigma$  é o desvio padrão das gaussianas que compõem o modelo físico de  $\kappa$ - $\mu$  e  $f$  é o máximo deslocamento de Doppler em *hertz* [20]. Uma expressão simples para  $\sigma$  pode ser obtida através das Equações (2.26) e (2.31), substituindo  $n$  por sua extensão contínua  $\mu$ , o que resulta em

$$\sigma^2 = \frac{\hat{r}^2}{2\mu(1+\kappa)}. \quad (3.4)$$

Com o intuito de manter a concordância, a LCR será obtida em termos da envoltória normalizada  $\rho$ . Logo, a distribuição conjunta deverá ser reescrita como

$$f_{P,\dot{P}}(\rho, \dot{\rho}) = f_P(\rho) \times f_{\dot{P}}(\dot{\rho}), \quad (3.5)$$

onde  $f_{\dot{P}}(\dot{\rho})$  pode ser obtida utilizando a transformação de variáveis aleatórias  $\dot{P} = \dot{R}/\hat{r}$ , resultando em

$$f_{\dot{P}}(\dot{\rho}) = \frac{\hat{r}}{\sqrt{2\pi}\dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\hat{r}^2\dot{\rho}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right). \quad (3.6)$$

E por fim, usando as expressões (3.3) e (3.4) em (3.6) chega-se finalmente, a expressão para a FDP da derivada temporal da envoltória normalizada  $\dot{P}$  do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ , que é dada por

$$f_{\dot{P}}(\dot{\rho}) = \frac{\sqrt{0,5\mu(1+\kappa)}}{\pi^{3/2}f} \exp\left[-\frac{\mu(1+\kappa)\dot{\rho}^2}{2\pi^2 f^2}\right]. \quad (3.7)$$

Portanto, aplicando a fórmula de Rice dada por (3.1) com as devidas substituições de notações, para fins de adaptação à distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , chega-se a

$$N_P(\rho) = \frac{\sqrt{2\pi\mu}f(1+\kappa)^{\mu/2}}{\kappa^{(\mu-1)/2}\exp(\mu\kappa)} \rho^\mu \exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho\right], \quad (3.8)$$

que é a fórmula fechada para a taxa de cruzamento de nível da distribuição de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ . É interessante frisar que para  $\mu = 1$ , (3.8) é equivalente à LCR de Rice [33]. Enquanto  $\kappa \rightarrow 0$ , (3.8) se aproxima da LCR de Nakagami [24] e para  $\mu = 1$  e  $\kappa = 0$ , da LCR de Rayleigh [7]. Os autores em [30] comentam que apesar do fato de haver uma indeterminação quando  $\kappa = 0$

na expressão (3.8), pode-se utilizar de valores muito pequenos de  $\kappa$  para obter bons resultados na maioria das aplicações práticas.

A segunda estatística de ordem superior derivada em [30] para a distribuição de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  é o tempo médio de desvanecimento. Para o caso da  $\kappa$ - $\mu$ , a obtenção da fórmula fechada do AFD é uma tarefa simples com a posse da expressão para a LCR. Logo, a AFD é obtida usando (2.28) e (3.8) em (3.2), com as devidas adaptações de notação, resultando em

$$T_P(\rho) = \frac{1 - Q_\mu \left( \sqrt{2\kappa\mu}, \sqrt{2(1+\kappa)\mu\rho} \right)}{N_P(\rho)}. \quad (3.9)$$

### 3.4 Estatísticas de Ordem Superior do Desvanecimento $\kappa$ - $\mu$ Extreme

#### 3.4.1 Obtenção da Distribuição Conjunta $\kappa$ - $\mu$ Extreme

Como já foi dito anteriormente, o desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme é um caso especial do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ . Logo, a independência entre as variáveis aleatórias de envoltória e de derivada temporal da envoltória, também é válida para a  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, ou seja,  $f_{P,\dot{P}}(\rho, \dot{\rho}) = f_P(\rho) \times f_{\dot{P}}(\dot{\rho})$ . Da mesma maneira, a FDP da derivada temporal da envoltória normalizada da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme segue a forma de (3.6). A diferença ocorre na fórmula do  $\sigma^2$ , onde fazendo  $\kappa \rightarrow \infty$  e  $\mu \rightarrow 0$  com o parâmetro de desvanecimento  $m$  constante, resulta em  $\kappa\mu = 2m$ , que por sua vez podem ser aplicadas na expressão (3.4), o que implica em

$$\sigma^2 = \frac{\hat{r}^2}{4m}. \quad (3.10)$$

Portanto, a FDP da derivada temporal da envoltória normalizada  $\kappa$ - $\mu$  Extreme toma a seguinte forma:

$$f_{\dot{P}}(\dot{\rho}) = \frac{\sqrt{m}}{\pi^{3/2}f} \exp \left( -\frac{m\dot{\rho}^2}{\pi^2 f^2} \right). \quad (3.11)$$

É fácil ver que, utilizando-se da expressão da FDP de envoltória normalizada dada por (2.36), a distribuição conjunta apresentará uma parte discreta, caracterizando uma distribuição de probabilidade conjunta mista.

#### 3.4.2 Motivação para as Aproximações

Na Seção 3.2, foi citado o que pode ser chamada de uma limitação da fórmula de Rice dada por (3.1), em que a formulação só pode ser aplicada nos casos em que a FDP conjunta é contínua e a integral converge uniformemente. O problema com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme surge exatamente do fato de que sua densidade de probabilidade conjunta possui parte contínua e parte discreta, como acabou de ser observado. Logo, isso inviabiliza a aplicação direta de (3.1), apesar de ser matematicamente possível obter uma expressão.

Uma tentativa que pode ser feita para tentar circundar o problema apresentado é valer-se do fato que o desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme é um caso especial do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ . Logo, aplicando as condições: valor  $m$  constante,  $\kappa$  e  $\mu$  tendendo a valores extremos, ou seja, infinito e zero, respectivamente, à (3.8) pode-se chegar ao resultado desejado. Entretanto, esse método não conduz a uma solução fisicamente plausível, pois como era de se esperar, um impulso tende a ocorrer na origem, significando que o sinal cruza esse nível um número infinito de vezes, sendo essa uma situação improvável no mundo real. Essa tendência a um impulso pode ser verificada na Figura 3.1, onde o valor de  $m$  foi fixado em 1, enquanto o valor de  $\kappa$  foi aumentado de forma a tender ao infinito, o que implica em  $\mu$  tendendo a zero. Da mesma forma, pode-se observar na figura que a LCR para níveis diferentes de zero apresenta um comportamento, aparentemente, pertinente ao que se espera na prática.

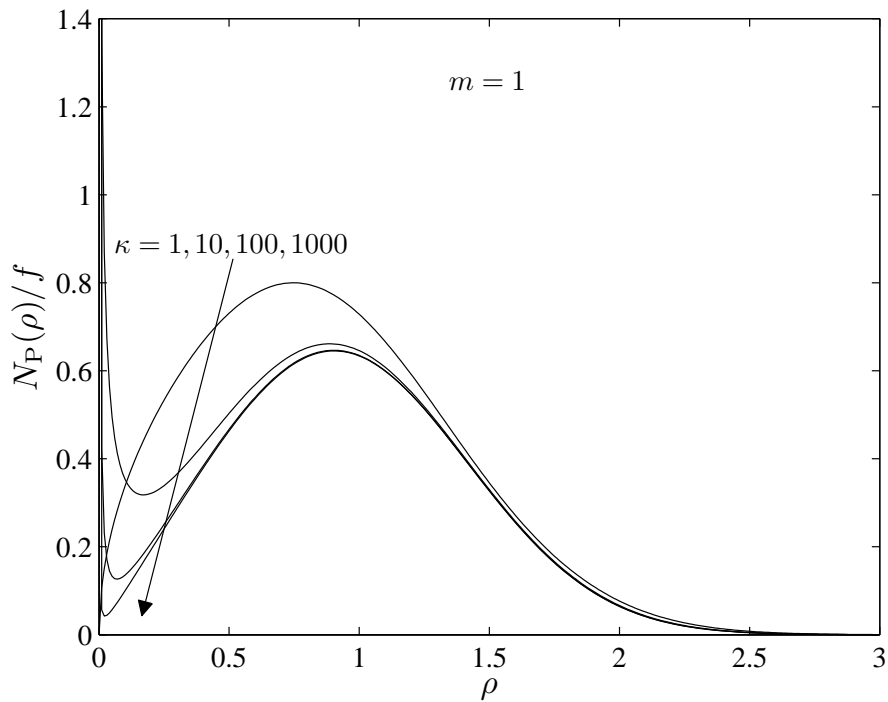


Figura 3.1: Curvas de LCR para representar a tendência de um impulso na origem.

### 3.4.3 Aproximações para as Estatísticas de Ordem Superior

As aproximações para as estatísticas de ordem superior da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme surgem a partir da observação da taxa de cruzamento de nível empírica proveniente de dados de campo, cujas estatísticas de primeira ordem seguem o modelo da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. Foi observado que, para níveis acima do qual o sinal recebido cai bruscamente para zero, as estatísticas de taxa de cruzamento ajustam-se muito bem com a parte contínua da expressão encontrada utilizando o método clássico. Já para o sinal abaixo desse nível, tais estatísticas empíricas permanecem aproximadamente constantes, como era de se esperar, pois o sinal que fica abaixo da sensibilidade do receptor é interpretado como envoltória nula e portanto mantém taxa de cruzamento

média constante. Tendo essas informações em mente, os três métodos de aproximações que serão propostos a seguir se baseiam em encontrar uma FDP modificada da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, a qual seja contínua e possibilite a aplicação da fórmula de Rice. De maneira geral, as aproximações contínuas fazem uso da própria parte contínua da FDP, para assim obterem um bom resultado em comparação com as estatísticas empíricas.

Por conveniência, a FDP da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme dada por (2.36) é reescrita como

$$f_P(\rho) = g(\rho) + \exp(-2m)\delta(\rho), \quad (3.12)$$

em que  $g(\rho)$  é a parte contínua da FDP, dada por

$$g(\rho) = \frac{4mI_1(4m\rho)}{\exp[2m(1 + \rho^2)]}. \quad (3.13)$$

### Aproximação A

O primeiro método de aproximação aqui proposto tem como intuito utilizar a própria cauda da parte contínua da FDP da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, como forma de compensar a massa de probabilidade resultante do impulso na origem (parte discreta). O método usa a parte contínua da FDP espelhada e com um deslocamento  $\rho_0$  à direita. Assim, a Aproximação A é dada por

$$f_P(\rho)_{cont.} = \begin{cases} g(\rho_0 - \rho) + g(\rho), & 0 \leq \rho \leq \rho_0 \\ g(\rho), & \rho > \rho_0 \end{cases}, \quad (3.14)$$

em que  $\rho_0$  deve ser obtida de modo que (3.14) seja uma FDP, ou seja

$$\int_0^{\rho_0} g(\rho) d\rho = \exp(-2m), \quad (3.15)$$

que é, de fato, a probabilidade em  $\rho = 0$ . Utilizando a FDA da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, dada por (2.37), a Equação (3.15) pode ser resolvida como

$$Q_0(2\sqrt{m}, 2\sqrt{m}\rho_0) = 1 - 2\exp(-2m). \quad (3.16)$$

Finalmente, aplicando (3.14) e (3.11) na fórmula clássica de Rice, a primeira expressão fechada aproximada para a LCR é obtida como

$$N_P(\rho) = \begin{cases} 0,5f\sqrt{\frac{\pi}{m}}[g(\rho_0 - \rho) + g(\rho)], & 0 \leq \rho \leq \rho_0 \\ 0,5f\sqrt{\frac{\pi}{m}}g(\rho), & \rho > \rho_0 \end{cases}. \quad (3.17)$$

De (3.14), observa-se que a Aproximação A é válida para  $\exp(-2m) \leq 0,5$ , ou seja,  $m \geq \frac{1}{2} \ln 2 = \ln \sqrt{2} = 0,346$ , o que é um resultado bastante razoável.

### Aproximação B

Esta segunda aproximação utiliza um valor  $\rho_0$  constante como argumento de  $g(\rho)$ , de modo que até o nível  $\rho_0$  a taxa de cruzamento assuma um valor constante, como de fato ocorre na prática. Portanto,

$$f_P(\rho)_{cont.} = \begin{cases} g(\rho_0), & 0 \leq \rho \leq \rho_0 \\ g(\rho), & \rho > \rho_0 \end{cases}, \quad (3.18)$$

em que a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$\int_{\rho_0}^{\infty} g(\rho) d\rho + g(\rho_0)\rho_0 = 1. \quad (3.19)$$

A expressão (3.19) pode ser simplificada para

$$Q_0(2\sqrt{m}, 2\sqrt{m}\rho_0) + g(\rho_0)\rho_0 = 1. \quad (3.20)$$

Logo, a LCR para a Aproximação B pode ser escrita como

$$N_P(\rho) = \begin{cases} 0,5f\sqrt{\frac{\pi}{m}}g(\rho_0), & 0 \leq \rho \leq \rho_0 \\ 0,5f\sqrt{\frac{\pi}{m}}g(\rho), & \rho > \rho_0 \end{cases}. \quad (3.21)$$

De (3.18), é plausível afirmar que a Aproximação B é válida para  $g(\rho_0) \leq \max\{g(\rho)\}$ . Assim, o valor de  $m$  utilizado em (3.20) deve resultar em um  $\rho_0$  que satisfaça a relação  $\rho_0 \leq \arg \max_{\rho} \{g(\rho)\}$ . A expressão

$$\frac{8m^2}{\exp[2m(1+\rho^2)]} [I_0(4m\rho) - 2\rho I_1(4m\rho) + I_2(4m\rho)] = 0 \quad (3.22)$$

foi encontrada como solução parcial para o limitante de  $\rho_0$ , em vista de que uma solução exata e fechada não pôde ser encontrada. Entretanto, (3.22) pode ser resolvida numericamente utilizando, por exemplo, a função FindRoot[...] do software *Wolfram Mathematica*®.

### Aproximação C

A Aproximação C nada mais é do que uma modificação da Aproximação B, onde o parâmetro  $\rho_0$  é indicado com o valor desejado, e não calculado através de expressões como nos casos anteriores. Logo, o valor de  $\rho_0$  pode estar em conformidade com o patamar onde a LCR deixa de ser constante na curva empírica. Em termos práticos, um bom valor inicial de teste é a menor potência normalizada do sinal que a antena receptora é capaz de detectar. Contudo, a escolha do valor de  $\rho_0$  seguindo os princípios anteriores, implica que a aproximação contínua da FDP da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, dada por (3.18), pode deixar de seguir as propriedades relativas a uma densidade de probabilidade, ou mais especificamente,  $\int_0^{\infty} f_A(a) da \neq 1$ . Isso pode ser corrigido simplesmente encontrando a densidade sobre todo o domínio da função e usando este valor para normalizar a expressão (3.18), resultando em

$$f_P(\rho)_{cont.} = \begin{cases} g(\rho_0)/K, & 0 \leq \rho \leq \rho_0 \\ g(\rho)/K, & \rho > \rho_0 \end{cases}, \quad (3.23)$$

sendo  $K$  a normalização, dada por

$$K = Q_0(2\sqrt{m}, 2\sqrt{m}\rho_0) + g(\rho_0)\rho_0. \quad (3.24)$$

Do mesmo modo da Aproximação B,

$$N_P(\rho) = \begin{cases} 0,5f\sqrt{\frac{\pi}{m}}g(\rho_0)/K, & 0 \leq \rho \leq \rho_0 \\ 0,5f\sqrt{\frac{\pi}{m}}g(\rho)/K, & \rho > \rho_0 \end{cases}. \quad (3.25)$$

Ambas Aproximações B e C têm a mesma ideia central, com a diferença de que a Aproximação C pode ser melhor adaptada aos níveis onde a LCR permanece constante. E diretamente da definição da Aproximação B, o valor de  $\rho_0$  utilizado na Aproximação C também deve seguir a relação  $\rho_0 \leq \arg \max_{\rho} \{g(\rho)\}$ , e portanto um limitante para  $\rho_0$  pode ser encontrado em (3.22).

### Tempo Médio de Desvanecimento

Para a fórmula fechada do AFD, não foi utilizada uma aproximação para a FDA da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. A razão disso é que se fossem encontradas FDAs aproximadas baseadas nas FDPs contínuas apresentadas, o valor das FDAs em zero seria nulo. Isso implicaria em um tempo médio de desvanecimento nulo no nível zero, o que contraria as características do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. Apesar do uso da FDA exata e das taxas de cruzamento de nível aproximadas, os resultados se mostraram muito parecidos com o que é encontrado na prática, como poderá ser visto no próximo capítulo.

Em virtude do que foi discutido, a fórmula do AFD pode ser obtida como

$$T_P(\rho) = \frac{F_P(\rho)}{N_P(\rho)} = \frac{1 - Q_0(2\sqrt{m}, 2\sqrt{m}\rho)}{N_P(\rho)}, \quad (3.26)$$

em que  $N_P(\rho)$  pode ser dada por uma das três aproximações propostas: (3.17), (3.21) ou (3.25).

### Obtenção do Parâmetro $\rho_0$

Nas duas primeiras FDPs aproximadas do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, é necessário o cálculo do denominador  $\rho_0$ , pelas expressões (3.16) e (3.20). Para essa tarefa, softwares conhecidos como *Matlab*® e *Wolfram Mathematica*® podem ser usados para encontrar uma solução numérica de maneira muito rápida e simples. Entretanto, foi verificado que pode haver mais de um valor de  $\rho_0$  que satisfaz as expressões. Nestes casos, foi observado que valores pequenos de  $\rho_0$  se adequam melhor aos dados de campo. Logo, usando uma rotina dos softwares capaz de iniciar as iterações a partir de uma semente, é possível obter um valor adequado de  $\rho_0$ .

## 3.5 Conclusões

Este capítulo apresentou algumas formulações aproximadas para as estatísticas de ordem superior do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. As formulações aproximadas foram baseadas nas, anteriormente encontradas, estatísticas de ordem superior do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ , e na observação de curvas empíricas em que as estatísticas de primeira ordem dos dados de campo se enquadravam com as características do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. A dificuldade em encontrar soluções exatas para as estatísticas de ordem superior, vem do fato da distribuição conjunta da  $\kappa$ - $\mu$  Extreme possuir uma FDP mista, inviabilizando a aplicação direta do método clássico de se obter as estatísticas desejadas. Apesar de ser possível obter uma expressão matemática, o comportamento encontrado é fisicamente improvável. Logo, a solução foi obter FDPs equivalentes aos quais a equação de Rice pudesse ser utilizada, e que garantissem curvas fisicamente possíveis. O resultado foi a obtenção de três aproximações em fórmula fechada para as estatísticas de ordem superior do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme.

# Medidas de Campo e Validações

## 4.1 Introdução

O capítulo anterior apresentou aproximações para as estatísticas de ordem superior do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. Tais aproximações foram basicamente obtidas a partir da observação de curvas empíricas das estatísticas de ordem superior, cujos dados de campo se enquadram dentro do modelo das estatísticas de primeira ordem da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme.

Neste capítulo, o sistema de medição utilizado na obtenção dos dados de campo é apresentado. Com o objetivo de validar na prática as aproximações propostas. É importante frisar que para garantir validações satisfatórias, os dados de campo foram coletados em ambientes cujo modelo de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme se aplica. Foram utilizados dois conjuntos de medidas: o primeiro descrito inicialmente em [10], onde foi apresentada formalmente a distribuição de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme; já no segundo conjunto constam novas medidas, com cenários e frequência da portadora alternativos.

## 4.2 Sistema de Medição

O sistema de medição utilizado é caracterizado basicamente por dois módulos principais. O primeiro é o transmissor, ao qual se constitui de um equipamento que fica fixo em um determinado local. Já o segundo é um veículo receptor móvel, projetado especificamente para coletar amostras de forma espacial.

### 4.2.1 Transmissor

O módulo transmissor, como mostra o diagrama da Figura 4.1, é constituído por um gerador de RF (Rádio Frequência), um amplificador de RF, uma antena omnidirecional e cabos conectores. O gerador tem o papel de gerar um sinal com uma frequência e potência de saída específicas. A saída do gerador alimenta a entrada do amplificador de RF, com ganho fixo de 30 dB. E, por fim, o sinal é radiado através de uma antena TX omnidirecional.

Todo esse aparato do módulo transmissor pode ser instalado tanto em ambientes *indoor* como *outdoor*, garantindo assim, uma boa flexibilidade para a realização de medidas de campo

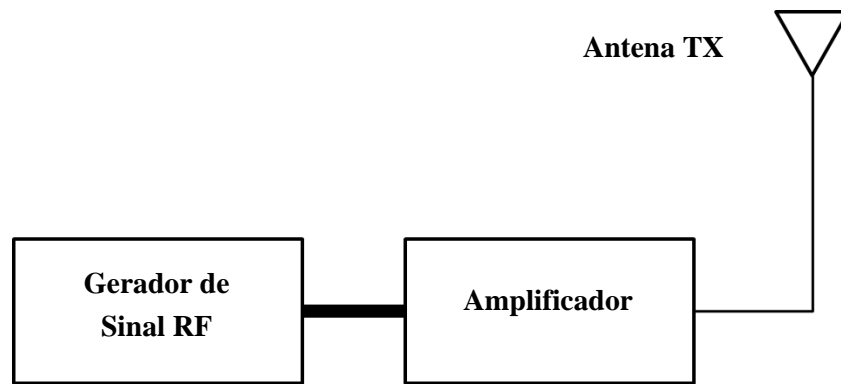


Figura 4.1: Diagrama de blocos do transmissor.

nos mais variados ambientes. Por isso, a maior dificuldade aqui ocorre na logística de instalação dos equipamentos.

### 4.2.2 Veículo Receptor Móvel

O módulo receptor pode ser considerado o mais importante, pois é responsável pela correta aquisição das amostras do sinal radiado pelo módulo transmissor, e também por seu processamento. Diante deste fato, todo o aparato foi dividido em quatro blocos independentes, conforme apresentado no diagrama de blocos da Figura 4.2: amostrador espacial, medidor de sinal, adquiridor de dados e fornecedor de energia. Em resumo, o sistema de medição recebe o sinal enviado pelo transmissor baseado em uma amostragem espacial, em seguida as informações são armazenadas pelo adquiridor de dados e processadas posteriormente.

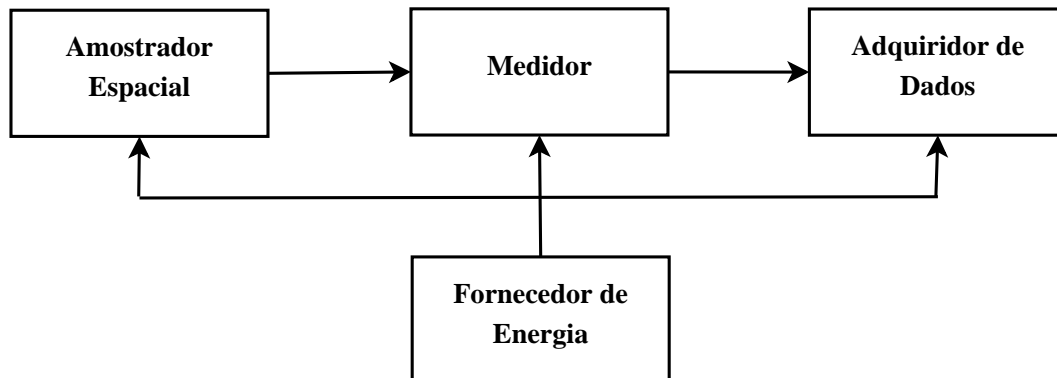


Figura 4.2: Diagrama de blocos do veículo receptor.

#### Amostrador Espacial

Essa é a parte do sistema responsável pelo controle de amostragem espacial do veículo receptor móvel e pode ser dividido em dois componentes: roda dentada e circuito amostrador. A função da roda dentada é definir a distância de amostragem do sinal, de maneira que a cada dente que passa pelo circuito amostrador, uma amostra seja coletada. Para a correta coleta



de dados, o número de dentes da roda ( $n$ ) deve ser definido de acordo com a distância de amostragem desejada para o sinal. Como essa distância é igual à distância entre dentes da roda ( $d_d$ ), o valor de  $n$  pode ser obtido através da seguinte equação:

$$n = \frac{\pi D}{d_d}, \quad (4.1)$$

no qual  $D$  é o diâmetro da roda. Contudo, outros fatores devem ser levados em consideração no cálculo do número de dentes da roda, tais como a limitação de velocidade da placa de aquisição. Em [34] pode ser encontrado o desenvolvimento de uma relação com limites superiores e inferiores de  $n$ , dada por:

$$2,5 \times \frac{\pi D f_p}{0,75 \times 10^8} \leq n \leq \frac{\pi D f_{aq}}{v_{max}}, \quad (4.2)$$

em que  $f_p$  e  $f_{aq}$  são, respectivamente, as frequências de passagem dos dentes e a de aquisição da placa, e  $v_{max}$  a velocidade máxima do veículo móvel.

O circuito amostrador tem a função de transformar a passagem dos dentes da roda em um trem de pulsos a ser aplicado à placa de aquisição de dados. A rotação do disco dentado aciona o interruptor óptico. Esse interruptor, que consiste em um LED (diodo emissor de luz, do inglês *Light-Emitting Diode*) acoplado a um fototransistor através de uma fenda de 3 mm, produz um trem de pulsos a uma taxa proporcional ao número de ranhuras por metro e à velocidade de locomoção. Este sinal faz com que a placa de aquisição leia uma amostra do sinal de rádio que está sendo recebido pela antena naquele instante.

## Medidor do Sinal

Essa parte, responsável pela medição do sinal, é composta por quatro componentes: antena, amplificador, atenuador variável e analisador de espectro.

A antena é constituída por um monopolo omnidirecional, acoplado a um plano de terra, fixo no equipamento de aquisição de dados. O sinal de RF recebido pela antena é encaminhado ao atenuador variável.

A função do conjunto Amplificador/Atenuador Variável é manter o nível do sinal recebido na porção linear da faixa da operação do medidor de sinal. O sinal CW recebido pela antena, após passar pelo atenuador e pelo amplificador é acoplado, na sequência, ao analisador de espectro. No caso das medições ocorrerem nas proximidades da antena transmissora, há a necessidade de se aplicar um certo nível de atenuação, embora nunca superior a 20 dB para não comprometer a figura de ruído e a faixa dinâmica de operação do conjunto.

O analisador de espectro é responsável pela medição da potência do sinal e sua saída de vídeo é conectada a uma das entradas da placa de aquisição de dados. Para desempenhar de forma satisfatória o seu papel, o analisador de espectro foi configurado com: 0 Hz de abertura em frequência (medição de potência de uma portadora simples); tempo de varredura de 15  $\mu$ s (menor valor possível), uma vez que pode ser visualizado na tela um sinal na forma de um segmento de reta, já que não está se disponibilizando tempo suficiente para alterações no nível do sinal antes do mesmo ser completamente desenhado.

### Adquiridor de Dados

Essa é a parte do sistema responsável pela aquisição e armazenamento das medidas. Ela é composta pela placa de aquisição de dados e o conjunto computador/software.

A especificação mais importante para a placa de aquisição é sua velocidade ou frequência de aquisição. A frequência de operação deve permitir acompanhar com folga a produção de pulsos gerados pela roda dentada, com a movimentação do equipamento de aquisição de dados. Como há a necessidade de adquirir somente dois sinais (a saída de vídeo do analisador e o sinal do circuito amostrador), a placa deve operar apenas com duas entradas analógicas. Isso simplifica o programa de tratamento de dados e possibilita a utilização de uma placa de baixo custo. Por sua vez, a saída da placa de aquisição consiste em um sinal digital a ser armazenado na memória do computador.

O computador tem a função de rodar o programa de controle, armazenar as amostras em disco e monitorar o trabalho em tempo real.

### Fornecedor de Energia

O intuito dessa parte é tornar o equipamento autossuficiente com relação ao suprimento de energia e propiciar uma autonomia adequada durante um tempo satisfatório de trabalho, garantindo também a mobilidade do equipamento. Para isso, o sistema foi arquitetado de modo a utilizar baterias. Porém, algumas partes dependem de uma fonte de corrente alternada (AC), por essa razão foi utilizado um inversor capaz de converter a corrente contínua (DC) da bateria em AC.

## 4.3 Medidas de Campo

De início, dois cenários foram explorados, apresentados inicialmente em [10]. O primeiro foi o estacionamento do Banco Santander da Reitoria dentro do campus da Unicamp, caracterizado por carros tanto parados quanto em movimento. Já o segundo cenário foi um ginásio de esportes (fechado) grande e relativamente vazio, também localizado no campus da Unicamp. No estacionamento, ambos transmissor e receptor foram dispostos um pouco abaixo da altura dos carros, e havia LoS na maior parte do tempo. No equipamento transmissor, especialmente para esse caso, a saída do gerador foi conectada diretamente à antena monopolo omnidirecional, transmitindo uma potência efetivamente radiada (ERP, do inglês *Effective Radiated Power*) de aproximadamente 1 mW. Para a coleta dos dados, o operador dos equipamentos caminhou em círculos ao redor do transmissor, localizado no centro do estacionamento, até que fossem coletadas um número suficiente de amostras. Foram coletados dois conjuntos de dados para comparação.

No ginásio, uma condição semelhante à anterior era encontrada, com exceção que havia pessoas em movimento em vez de carros. E de forma semelhante ao caso anterior, o operador do equipamento caminhou ao redor da quadra central do ginásio, coletando um conjunto de dados. A potência efetivamente radiada foi de 2 W na coleta de dados no ginásio. Um sistema de amostragem em intervalos de  $\lambda/14$  [35–37] foi utilizado em ambos os ambientes de medidas; e a

frequência de 1,8 GHz foi escolhida para o sinal de transmissão. A média local foi estimada pelo método da média móvel [38]. A partir dos dados coletados, o desvanecimento de longo prazo foi filtrado, e assim o parâmetro  $m$  de desvanecimento pôde ser estimado. Em um primeiro instante, o valor de  $m$  foi encontrado de sua própria definição, ou seja,  $m = \text{Var}^{-1}(P^2)$ , e em seguida ajustado para melhorar o encaixe entre as curvas de FDAs teóricas e empíricas.

Em um segundo conjunto de medidas de campo, o cenário utilizado para a coleta era composto de um equipamento transmissor estático, localizado no telhado do prédio de laboratórios da FEEC (Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação), dentro do campus da Unicamp; enquanto a antena receptora foi instalada no teto de um automóvel em movimento, cuja velocidade foi mantida em torno de 30 km/h. A frequência de transmissão escolhida para esse sistema de coleta de dados foi de 2,5 GHz, para um intervalo de amostragem de  $\lambda/36$ . Como no caso do conjunto de medidas em 1,8 GHz, a média local foi estimada pelo método da média móvel, e o desvanecimento de longo prazo foi filtrado, para assim se obter uma estimativa para o parâmetro  $m$  de desvanecimento.

As Figuras de 4.3 a 4.8 ilustram os que podem ser tidos como processos  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, oriundos dos dados de campo coletados. Junto com as ilustrações dos processos, são mostradas ampliações em algumas regiões onde ocorre o súbito decaimento do nível de sinal. É fácil observar que, a ocorrência dos decaimentos súbitos não é frequente na maioria dos casos.

## 4.4 Validações

Nesta seção constam os resultados das validações das aproximações propostas anteriormente para as estatísticas de ordem superior do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. As validações estão separadas entre os dois grupos de dados de campo, o de 1,8 e o de 2,5 GHz de frequência de transmissão; e ao final são apresentados os comentários pertinentes aos resultados obtidos. Na obtenção das curvas teóricas das aproximações propostas foi utilizado o software *Wolfram Mathematica*® 8, enquanto que para processar os dados de campo e extrair as estatísticas de ordem superior comparando com as curvas teóricas, foi utilizado o software *Matlab*® R2011a. Ambos os softwares rodando em uma máquina com processador *Intel*® *Core*™ *i7* Q740, 6 GB de memória RAM (*Random Access Memory*), e sistema operacional *Microsoft Windows*® 7 *Home Premium*.

### 4.4.1 Dados de Campo na Frequência de 1,8 GHz

O primeiro conjunto de medidas de campo citados corresponde aos cenários do estacionamento e do ginásio. Neste conjunto, foram feitas duas campanhas de coleta de dados para o estacionamento e uma para o ginásio. Funções de distribuição acumulada foram obtidas a partir dos dados experimentais e comparadas com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, utilizando o parâmetro  $m$  estimado a partir dos dados de campo obtidos. É possível notar da Figura 4.9 que a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme proporciona um excelente ajuste e acompanha adequadamente a cauda das curvas experimentais. Indicando, assim, a existência de desvanecimento severo nesses ambientes.

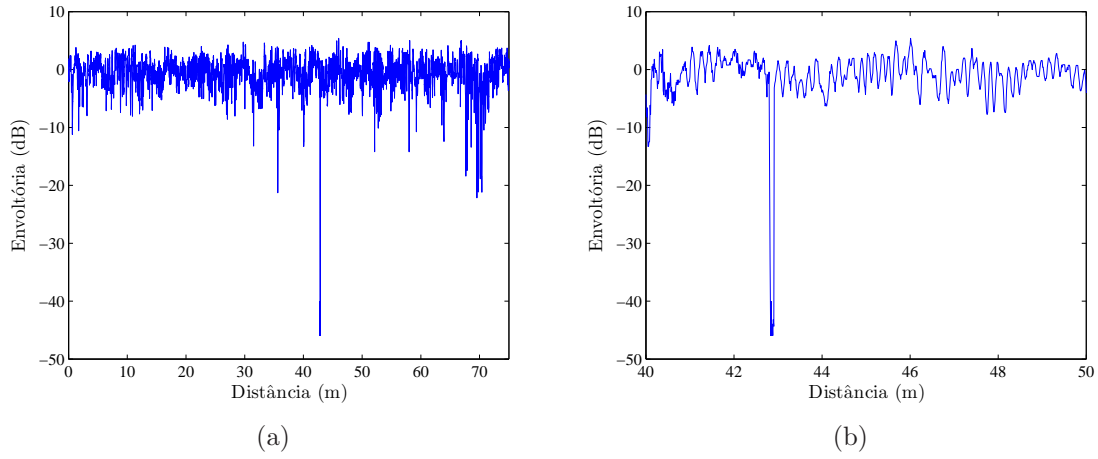


Figura 4.3: Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo  $\kappa$ - $\mu$  Extreme ( $m = 3,25$ ) na frequência de 1,8 GHz.

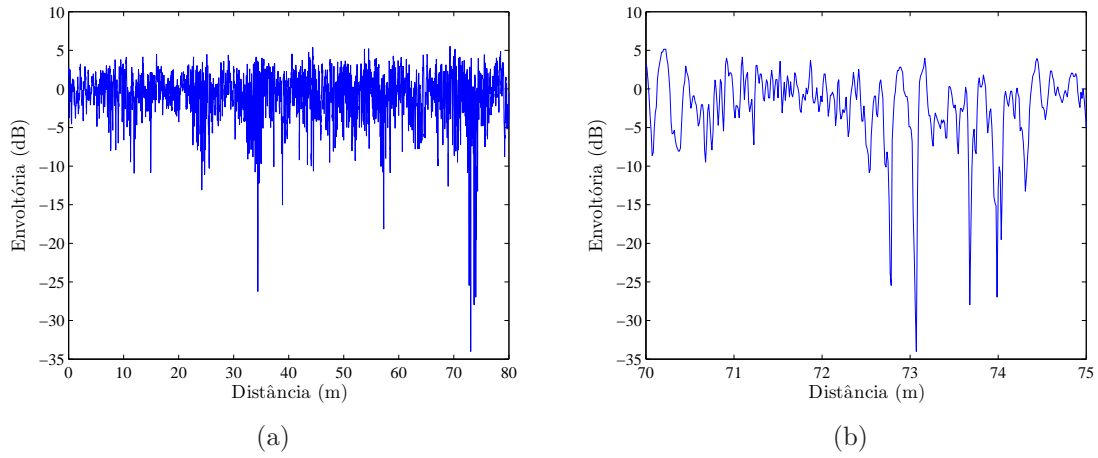


Figura 4.4: Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo  $\kappa$ - $\mu$  Extreme ( $m = 3,53$ ) na frequência de 1,8 GHz.

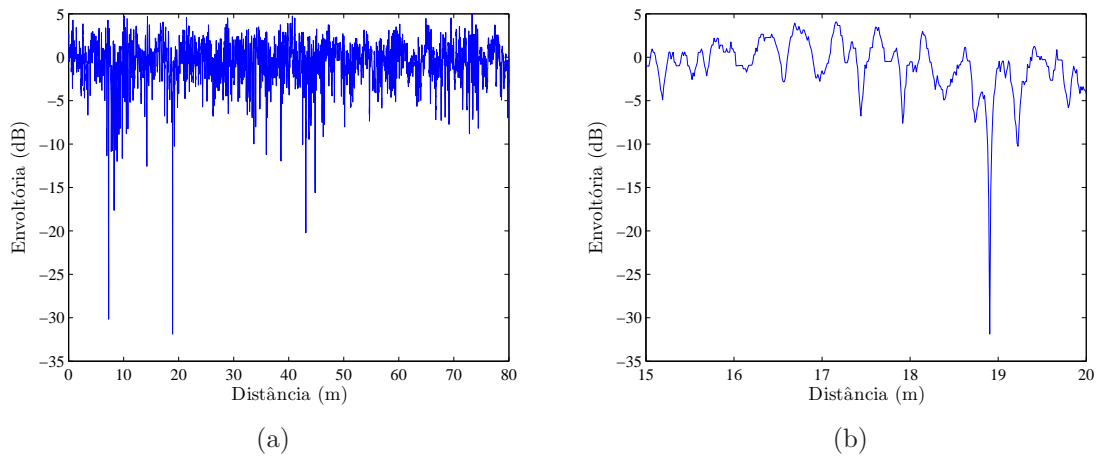


Figura 4.5: Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo  $\kappa$ - $\mu$  Extreme ( $m = 3,98$ ) na frequência de 1,8 GHz.

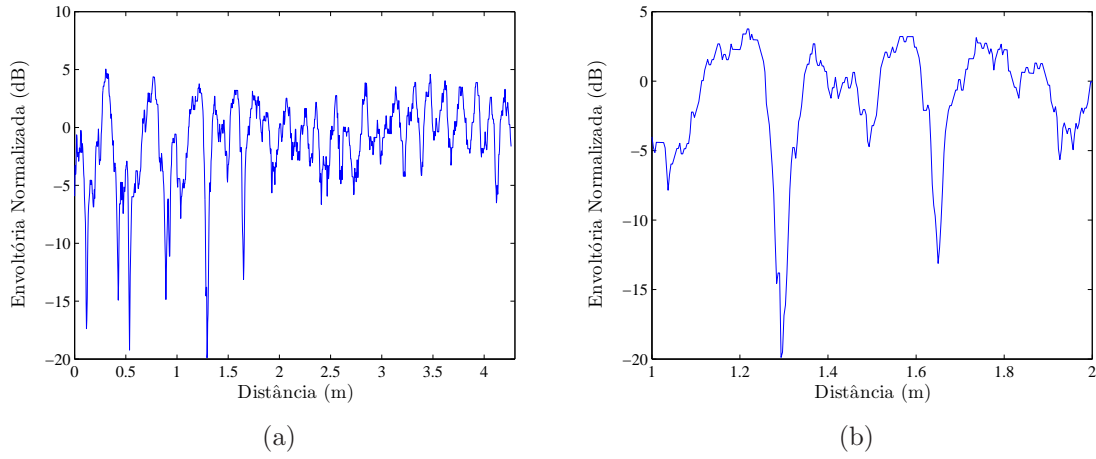


Figura 4.6: Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo  $\kappa$ - $\mu$  Extreme ( $m = 2,58$ ) na frequência de 2,5 GHz.

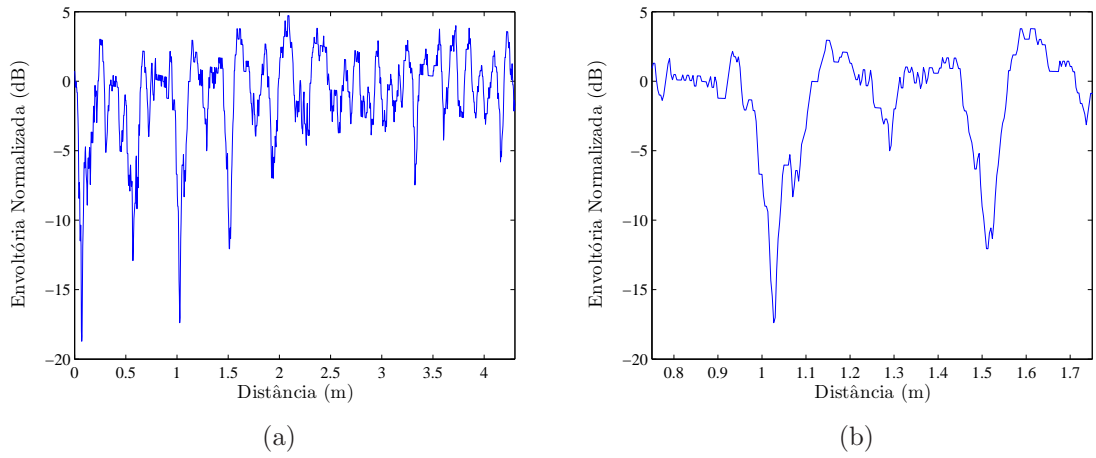


Figura 4.7: Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo  $\kappa$ - $\mu$  Extreme ( $m = 3,16$ ) na frequência de 2,5 GHz.

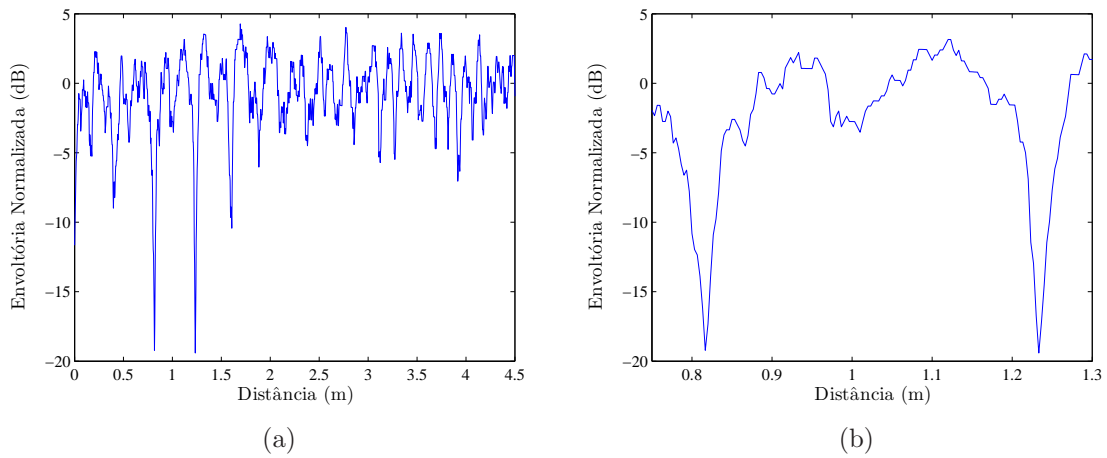


Figura 4.8: Ilustração (a) e ampliação (b) de um processo  $\kappa$ - $\mu$  Extreme ( $m = 3,2$ ) na frequência de 2,5 GHz.

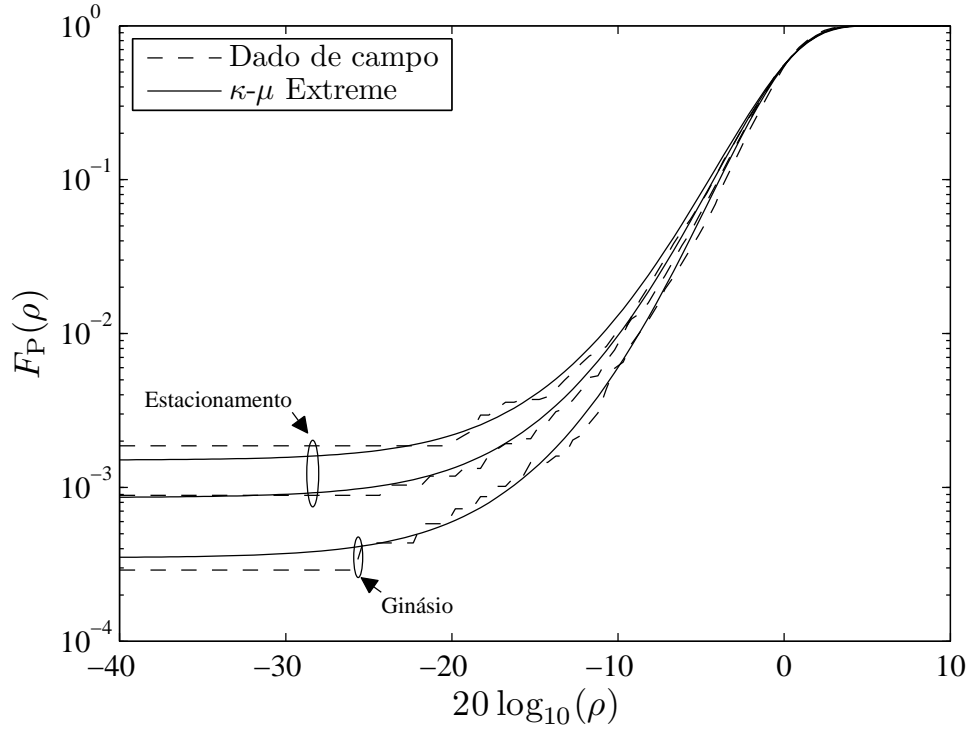


Figura 4.9: Comparativo entre as funções de distribuição acumulada empíricas e teóricas ( $m = 3,25; 3,53; 3,98$ ).

As Figuras de 4.10 a 4.18 apresentam as comparações com todas as três aproximações propostas na Seção 3.4.3, em três coletas de dados de campo diferentes, chamados aqui de #1 e #2 para o estacionamento e #3 para o ginásio.

#### 4.4.2 Dados de Campo na Frequência de 2,5 GHz

Neste segundo conjunto de medidas de campo foram realizadas três campanhas, com o equipamento de recepção instalado no automóvel, na frequência de transmissão de 2,5 GHz. E novamente, o valor do parâmetro  $m$  foi estimado a partir dos dados coletados. Com isso, a Figura 4.19 foi obtida, comparando as funções de distribuição acumulada empíricas e teóricas. Os dados de campo na frequência de 2,5 GHz são nomeados aqui como #4, #5 e #6. E suas respectivas comparações, com as aproximações propostas para as estatísticas de ordem superior do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, constam nas Figuras de 4.20 a 4.28.

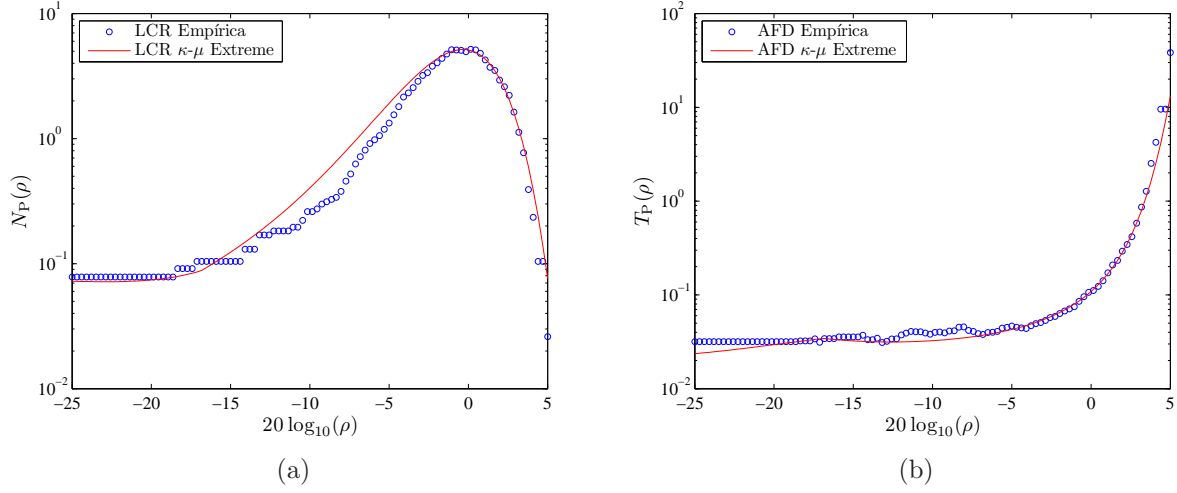


Figura 4.10: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #1 e Aproximação A.

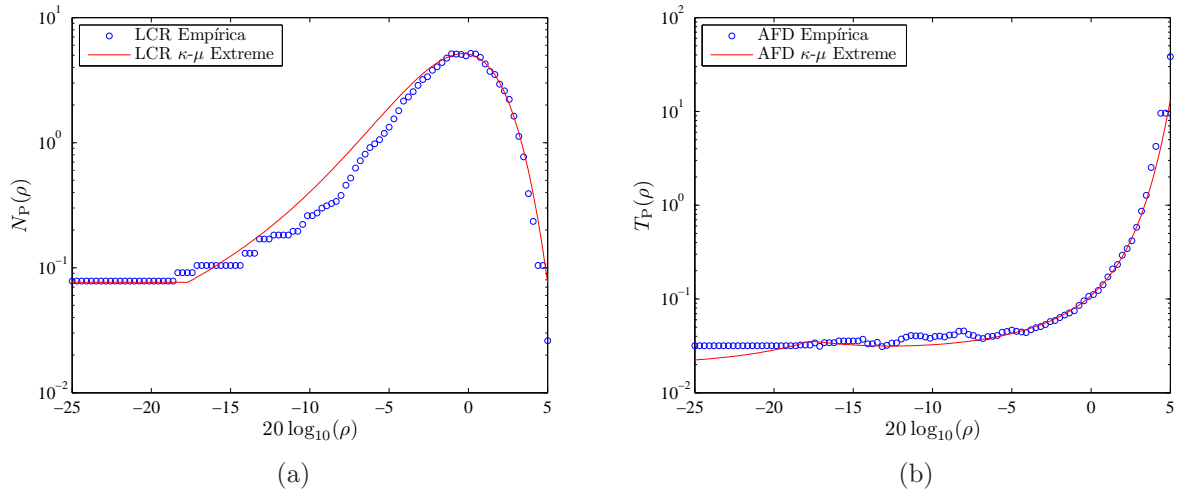


Figura 4.11: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #1 e Aproximação B.

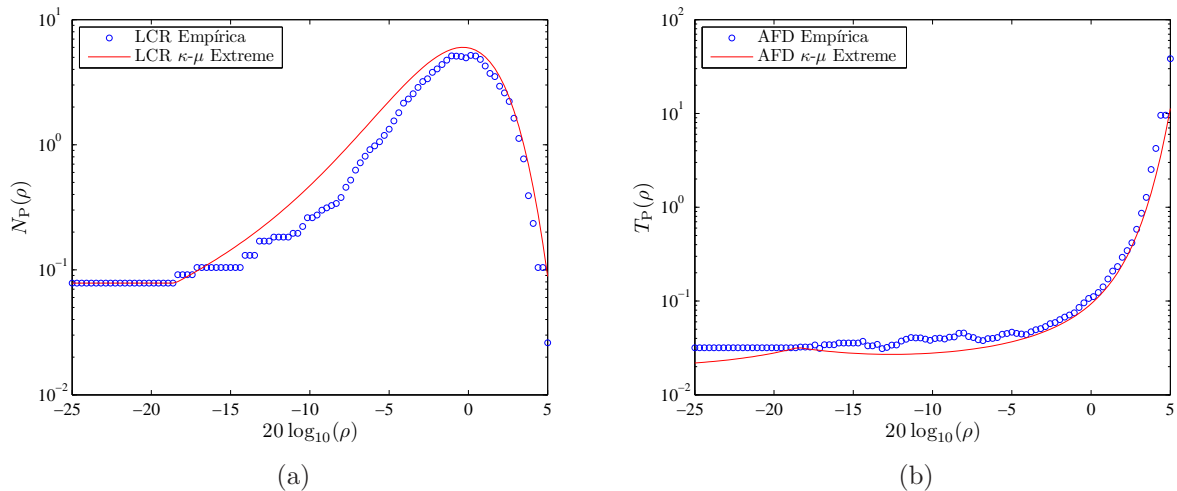


Figura 4.12: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #1 e Aproximação C.

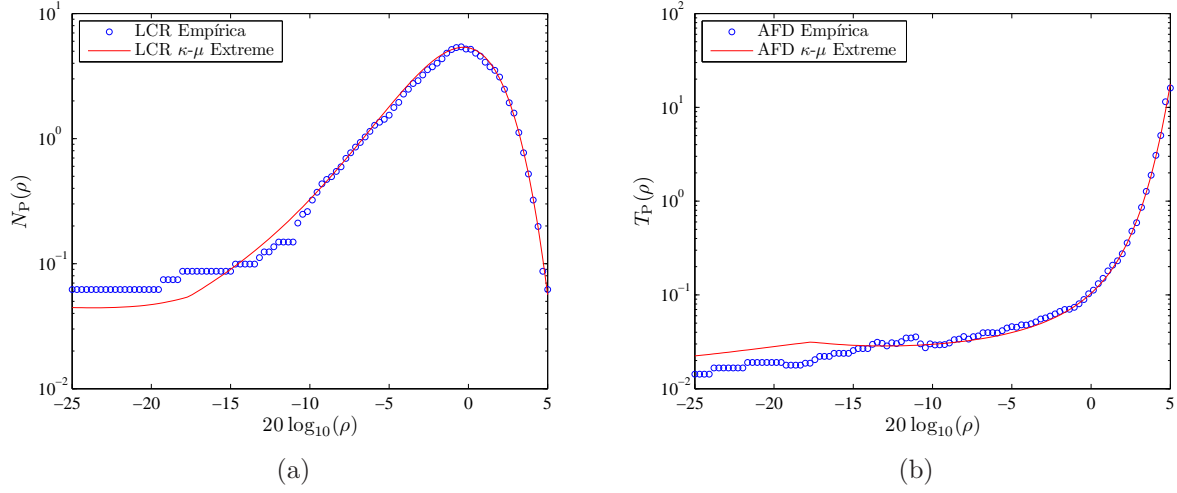


Figura 4.13: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #2 e Aproximação A.

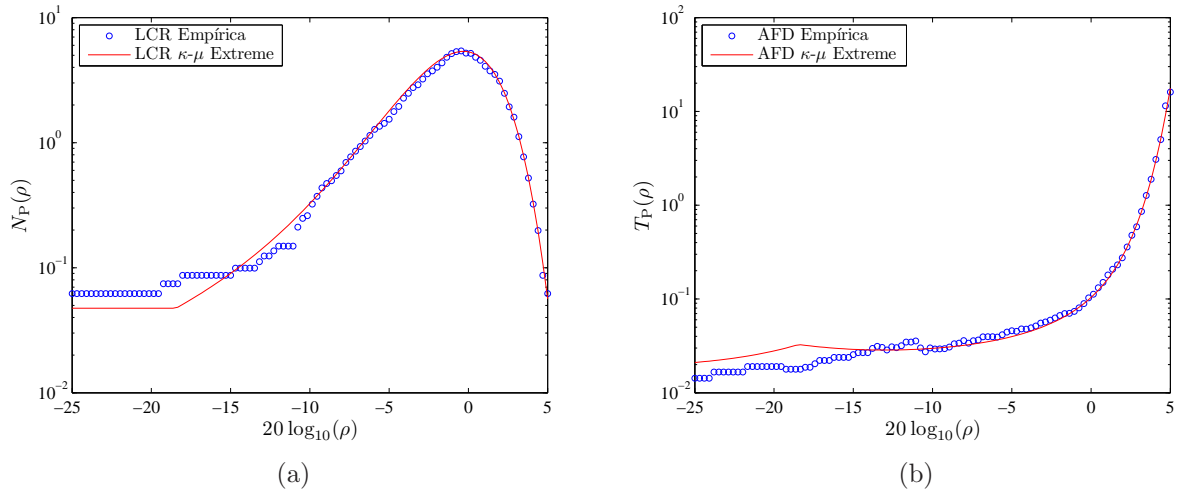


Figura 4.14: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #2 e Aproximação B.

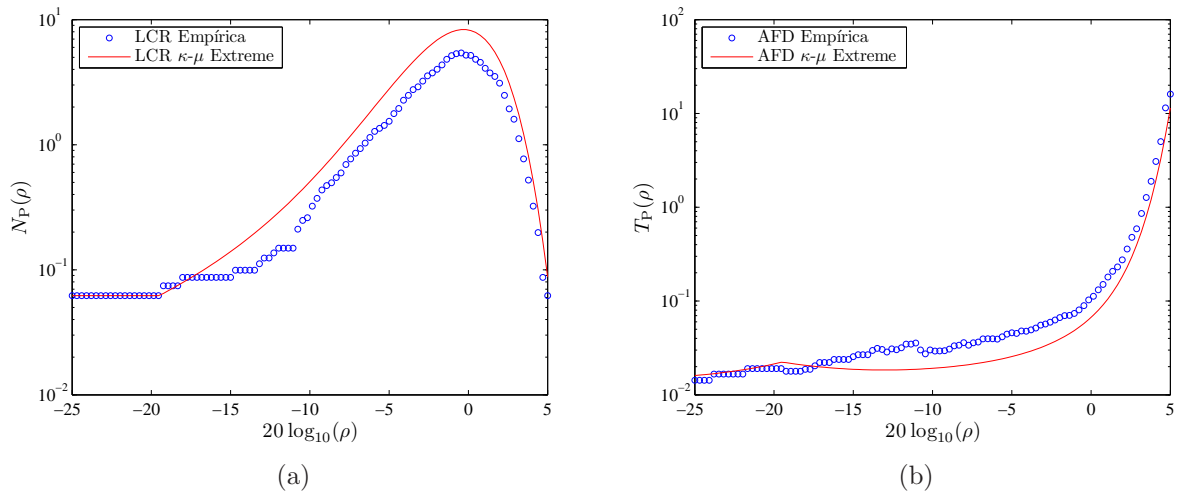


Figura 4.15: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #2 e Aproximação C.



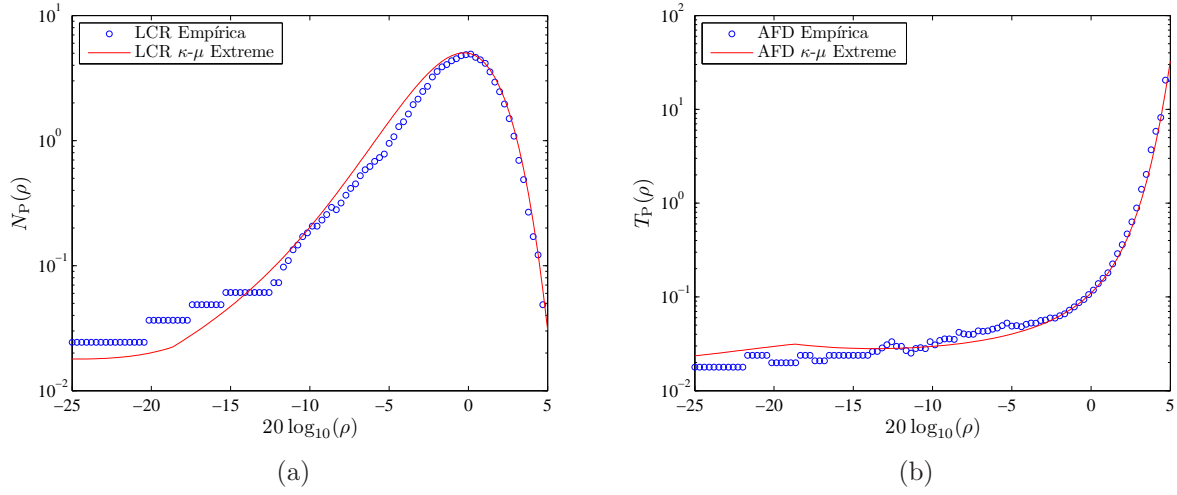


Figura 4.16: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #3 e Aproximação A.

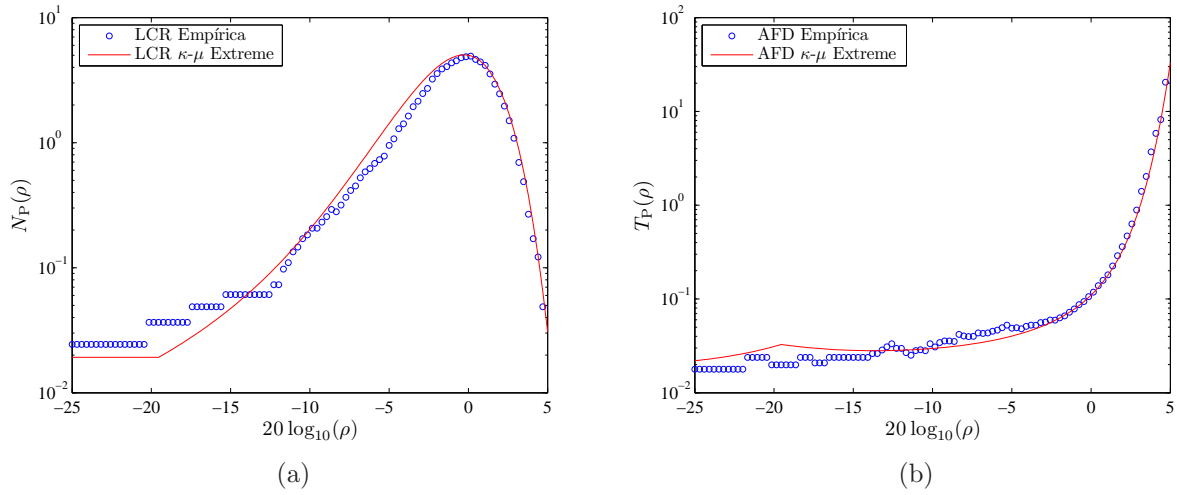


Figura 4.17: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #3 e Aproximação B.

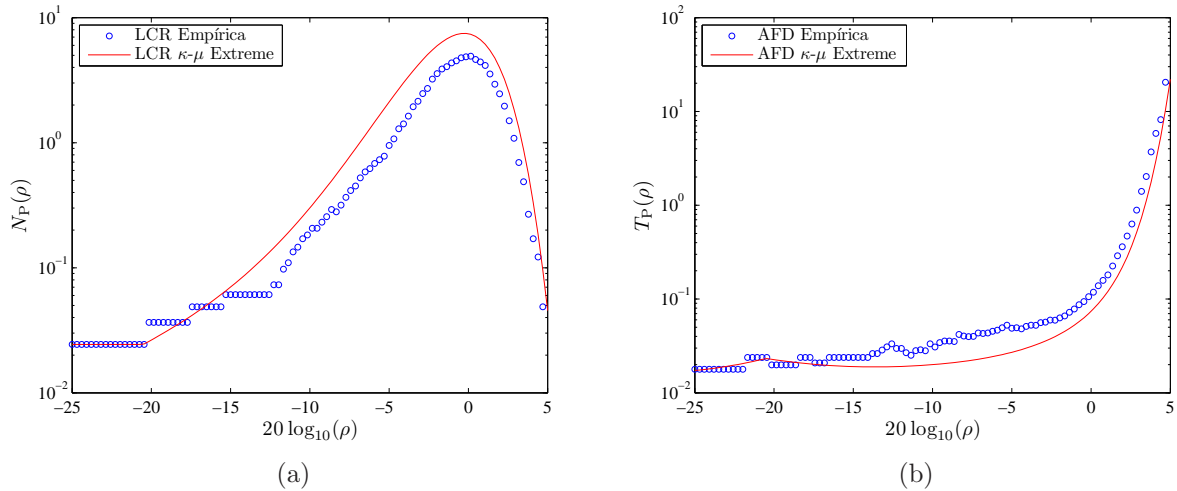


Figura 4.18: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #3 e Aproximação C.

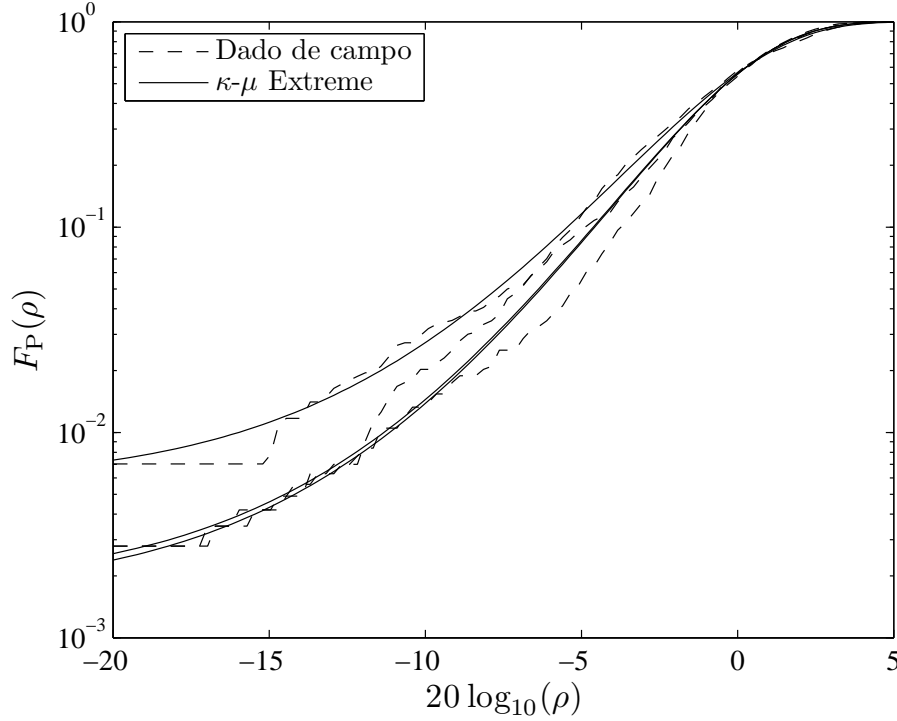


Figura 4.19: Comparativo entre as funções de distribuição acumulada empíricas e teóricas ( $m = 2,58; 3,16; 3,2$ ).

#### 4.4.3 Análise dos Resultados

Da análise das figuras pode ser notado que as Aproximações A e B apresentam aparentemente o mesmo formato de curva, ocorrendo diferenciações apenas em níveis muito baixos, ou em outras palavras, próximos ao ponto  $\rho = 0$ . Essa particularidade acontece devido ao fato já citado na subseção 3.4.3, ou seja,  $\rho_0$  tipicamente assume valores pequenos, próximos às especificações de sensibilidade do receptor. E é sabido que as Aproximações A e B só se diferenciam em níveis abaixo de  $\rho_0$ , que apesar de não ser o mesmo para as duas aproximações, têm valores próximos, como pode ser observado na Tabela 4.1. Devido a isso, o erro quadrático médio (MSE, do inglês *Mean Square Error*) entre as curvas teóricas e empíricas das estatísticas de ordem superior pode ser considerado, para fins práticos, semelhante para as Aproximações A e B.<sup>1</sup> Por outro lado, a Aproximação C apresenta melhor encaixe com as curvas empíricas da LCR em níveis onde a curva é constante, em comparação com as demais aproximações propostas. As curvas do tempo médio de desvanecimento são consequências diretas da taxa de cruzamento de nível aproximada, resultando assim em uma pequena descontinuidade no comportamento crescente da mesma, no ponto  $\rho_0$ . Em comparação com as curvas empíricas do AFD, o fato citado não causa grandes divergências no resultado final. E além disso, as Figuras 4.25(b) e 4.28(b) exemplificam casos onde as curvas empíricas do AFD apresentam o mesmo comportamento no ponto  $\rho_0$  que as

<sup>1</sup>Enquanto as Aproximações A e B possuem o valor de  $f$  semelhante para um dado de campo, o mesmo não ocorre para a Aproximação C, tornando a comparação por MSE injusta nesse caso.

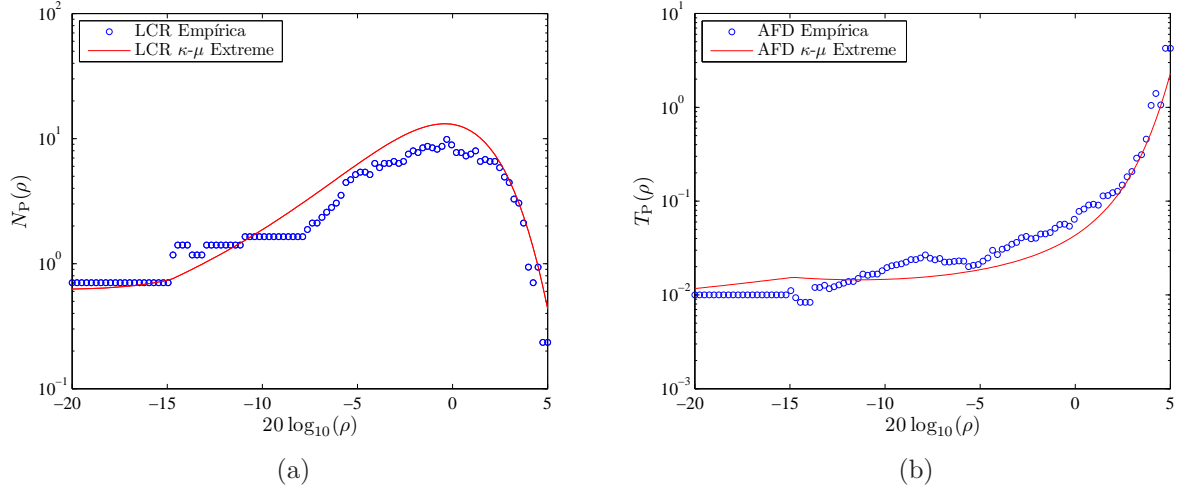


Figura 4.20: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #4 e Aproximação A.

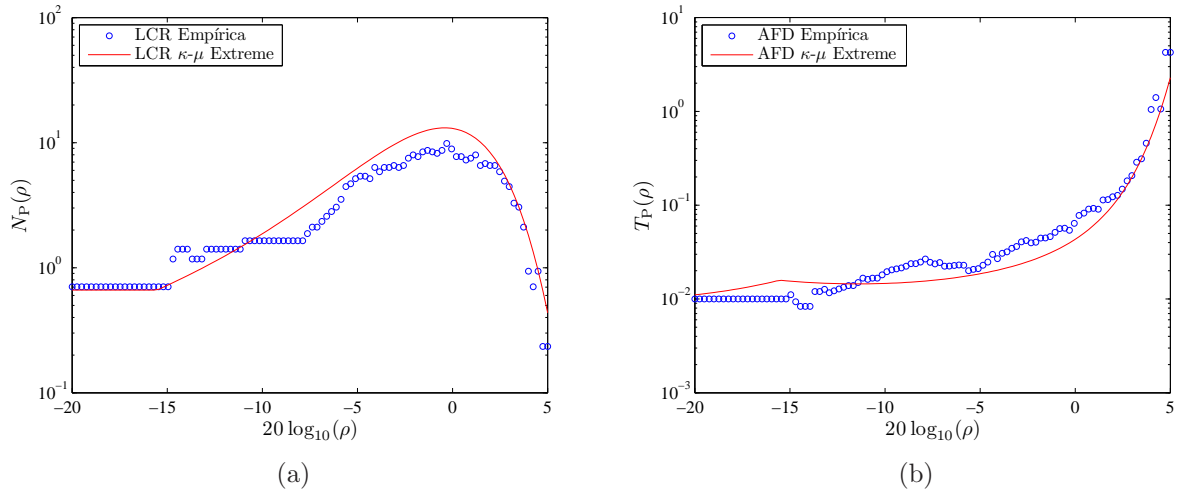


Figura 4.21: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #4 e Aproximação B.

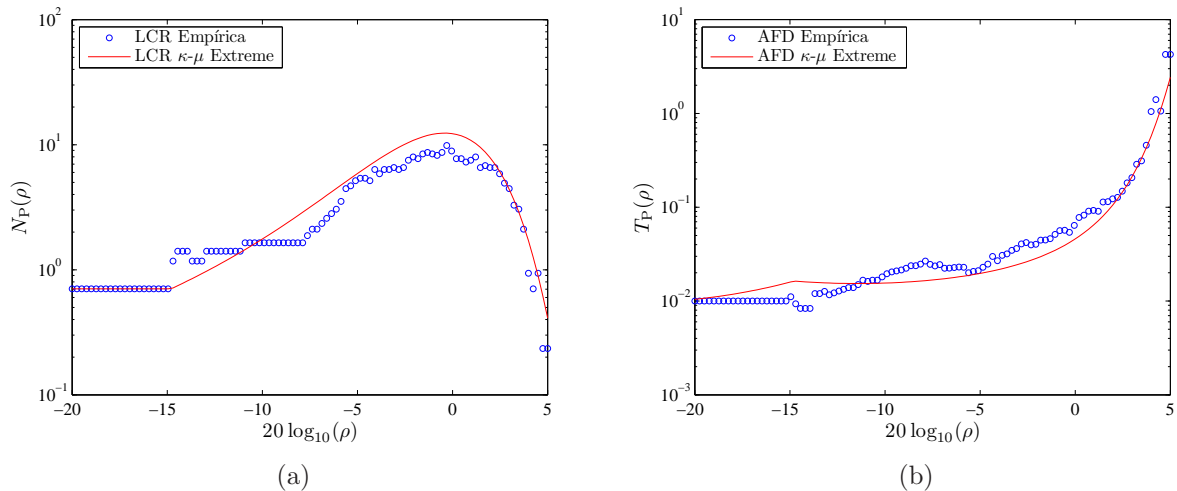


Figura 4.22: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #4 e Aproximação C.

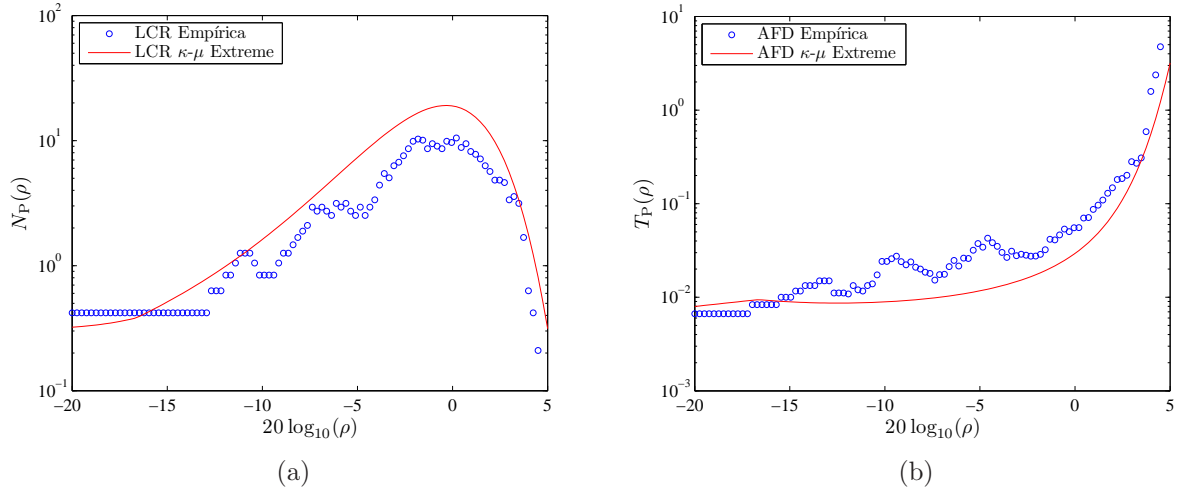


Figura 4.23: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #5 e Aproximação A.

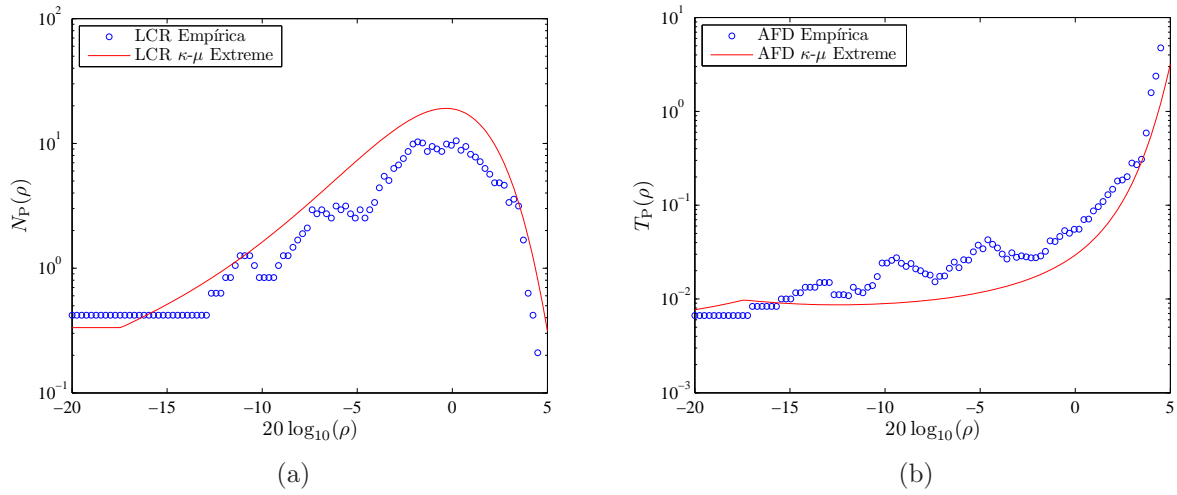


Figura 4.24: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #5 e Aproximação B.

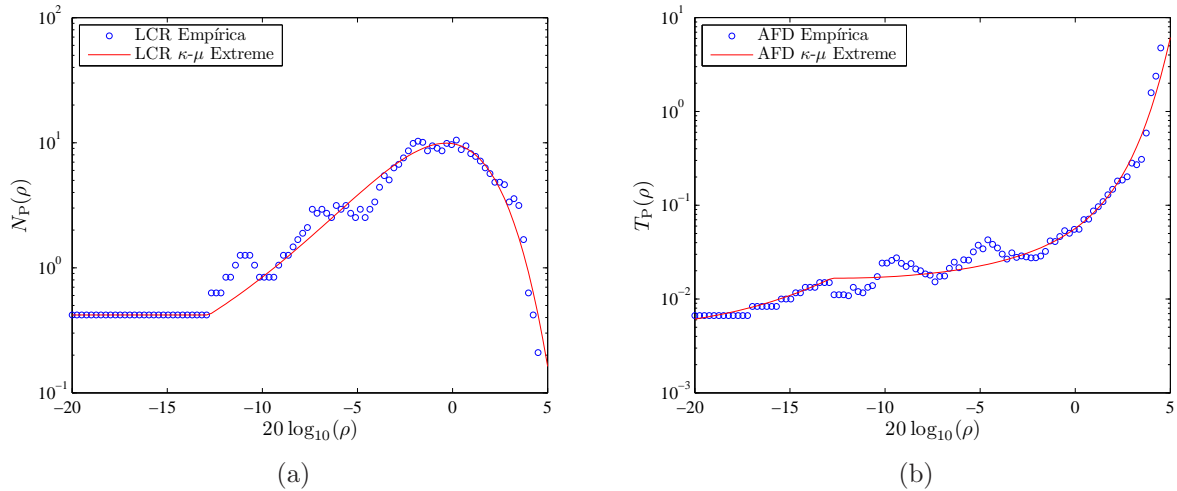


Figura 4.25: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #5 e Aproximação C.

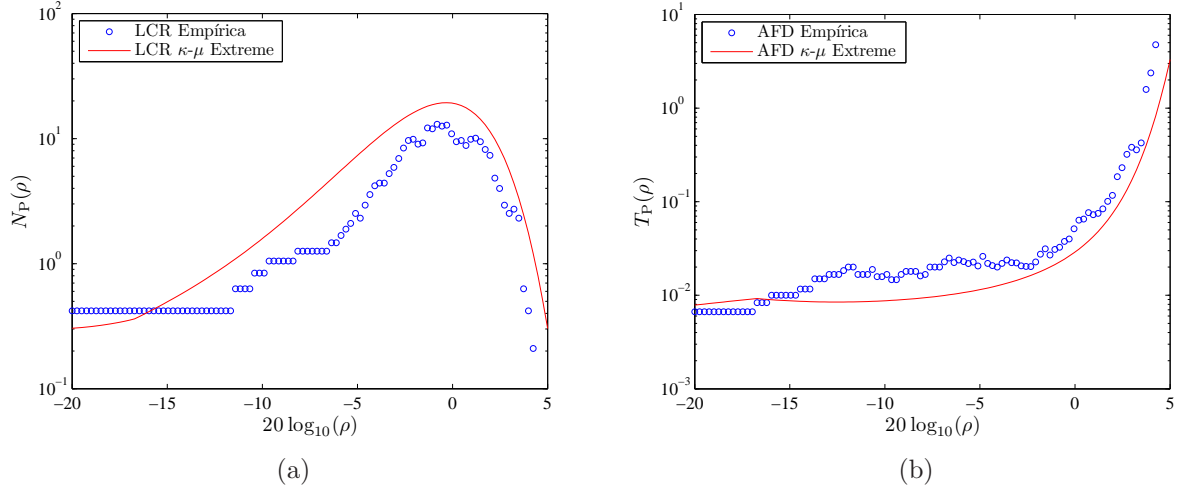


Figura 4.26: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #6 e Aproximação A.

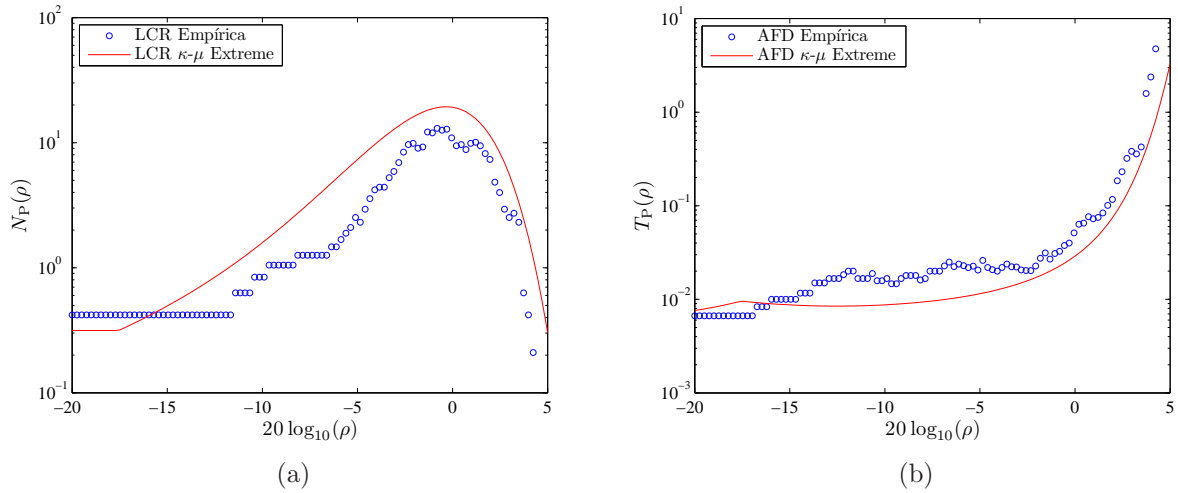


Figura 4.27: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #6 e Aproximação B.

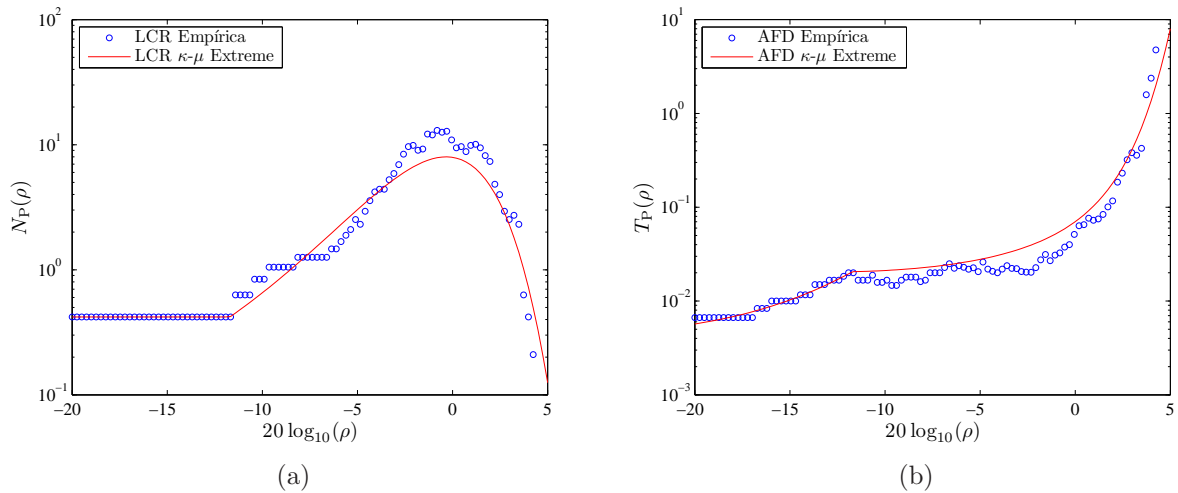


Figura 4.28: Comparações da LCR (a) e AFD (b) em relação ao dado #6 e Aproximação C.

Tabela 4.1: Parâmetros estimados para as aproximações.

Dados	$m$	$f$ (Hz)			$\rho_0$ (dB)		
		(A)	(B)	(C)	(A)	(B)	(C)
#1	3,25	7,45	7,45	8,68	-16,88	-17,69	-18,5
#2	3,53	7,75	7,75	12,02	-17,62	-18,44	-19,5
#3	3,98	7,25	7,25	10,77	-18,69	-19,54	-20,5
#4	2,58	19,1	19,1	18,03	-14,8	-15,54	-14,8
#5	3,16	27,6	27,6	14,43	-16,63	-17,43	-12,8
#6	3,2	28	28	11,68	-16,74	-17,54	-11,7

Tabela 4.2: Valores empíricos e teóricos da LCR e do AFD no nível zero.

Dados	LCR em $\rho = 0$				AFD em $\rho = 0$			
	Empírico	(A)	(B)	(C)	Empírico	(A)	(B)	(C)
#1	0,078	0,087	0,076	0,078	0,031	0,017	0,02	0,019
#2	0,062	0,054	0,047	0,062	0,014	0,016	0,018	0,014
#3	0,024	0,022	0,019	0,024	0,012	0,016	0,018	0,014
#4	0,703	0,746	0,662	0,703	0,01	0,007	0,009	0,008
#5	0,42	0,382	0,334	0,42	0,007	0,005	0,005	0,004
#6	0,42	0,36	0,315	0,42	0,007	0,005	0,005	0,004

curvas teóricas das aproximações.

Além da Tabela 4.1 mostrar os valores encontrados para o parâmetro  $\rho_0$  das aproximações, essa apresenta também a relação de valores utilizada para o parâmetro de desvanecimento  $m$  e para o máximo deslocamento de Doppler  $f$ . Sendo que este último foi escolhido de tal forma que garantisse um bom encaixe das curvas teóricas em relação às empíricas. É fácil ver que, apesar dos valores de  $\rho_0$  das Aproximações A e B serem calculados, respectivamente, através das expressões (3.16) e (3.20), esses se aproximam muito, na maioria dos casos, dos valores escolhidos a partir da observação das curvas empíricas da LCR para a Aproximação C.

O ponto  $\rho = 0$  pode ser considerado importante para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, visto que sua parte discreta (probabilidade diferente de zero de sinais nulos) não é comum em outras distribuições de desvanecimento. Assim, os valores da LCR e do AFD encontrados no nível  $\rho = 0$  são apresentados na Tabela 4.2. As informações na tabela comprovam que quanto menor o valor de  $m$  (em condições semelhantes de coleta de dados, nesse caso, a mesma frequência de transmissão), maior será a taxa de cruzamento e o tempo de desvanecimento no nível  $\rho = 0$ , já que a probabilidade de nulos no modelo  $\kappa$ - $\mu$  Extreme será maior. Na prática, a taxa de cruzamento de nível e o tempo médio de desvanecimento no limiar  $\rho = 0$  pode parecer não possuir sentido físico a primeira vista, em razão de não existir a parte negativa da envoltória do sinal. Contudo, a LCR nesse ponto pode ser interpretada como a taxa de partida ou chegada ao limiar zero. E o AFD pode ser relacionado ao tempo que o sinal permanece no nível zero.

## 4.5 Conclusões

Este capítulo apresentou o método e o sistema de medição utilizados para obter as medidas de campo usadas nas validações das estatísticas de ordem superior propostas neste trabalho. A coleta de dados ocorreu em diversos ambientes, fazendo uso de duas frequências distintas na transmissão do sinal. O que foi notado é que, em termos práticos, as aproximações propostas obtiveram bons resultados quando comparadas com as curvas empíricas das estatísticas de ordem superior. Inclusive os valores das estatísticas no nível  $\rho = 0$ , ponto geralmente incomum em outras distribuições, obtiveram boa aproximação numérica comparadas com as medidas de campo. Fato que comprova ainda mais a existência de ambientes onde a probabilidades de nulos não é zero.

## Considerações Finais

O estudo das estatísticas de ordem superior é de grande importância na caracterização de sistemas e canais sem fio na área de comunicações sem fio, expressando o comportamento temporal da envoltória de sinais. As formulações aproximadas obtidas constituem uma forma de sobrepujar a limitação que o método clássico [3] para obtenção de estatísticas de ordem superior tem quando aplicado ao modelo de desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme [10], que antes estava limitado às suas estatísticas de primeira ordem. Foram obtidas funções densidade de probabilidade aproximadas e equivalentes em fórmulas fechadas, com o único propósito de tornar viável a aplicação do método clássico no modelo estudado. E isso somado com o conhecimento das curvas empíricas da LCR oriundas de medidas de campo, cujas estatísticas de primeira ordem estão de acordo com as do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, tornou possível encontrar três aproximações para as estatísticas de ordem superior. Apesar de serem soluções aproximadas, as formulações são fechadas, de fácil manipulação matemática (com o devido uso de um software), de pouco esforço computacional na obtenção dos valores e garantem ótimos resultados na prática.

Todas as aproximações propostas utilizam a parte contínua da expressão original da densidade de probabilidade, de diferentes maneiras, para substituir o impulso que de outra forma apareceria no nível zero. As Aproximações A e B, em um primeiro momento, parecem apresentar o mesmo formato de curva, porém se diferenciam para níveis abaixo de  $\rho_0$ . A diferença é tão pequena que o erro só é perceptível nas casas decimais menos significativas, o que na prática implica que as aproximações sejam iguais entre si, comparadas com as estatísticas empíricas em termos do erro médio quadrático. Contudo, a Aproximação B leva certa vantagem pela razão de manter um comportamento constante até o nível  $\rho_0$  nas curvas da LCR, o que é de fato observado nas curvas empíricas. A Aproximação C constitui uma modificação da Aproximação B, cujo objetivo é obter uma melhor precisão da LCR para níveis onde a curva é constante. Para esse fim, se faz necessário o conhecimento prévio do valor de  $\rho_0$  a partir dos dados de campo, que conforme já comentado na dissertação, um bom valor inicial para teste é a menor potência normalizada do sinal que a antena receptora seria capaz de detectar. Já que potências abaixo disso seriam consideradas nulos pelo sistema, mesmo na realidade não sendo. Outra utilidade da Aproximação C é a comparação do valor de  $\rho_0$  com os valores nas demais aproximações propostas, como foi verificado. Nas duas primeiras aproximações, o valor  $\rho_0$  é consequência direta do cálculo das estatísticas de ordem superior, enquanto que na última aproximação esse valor



deve ser informado. O que significa que as Aproximações A ou B são recomendadas quando não há o conhecimento do parâmetro  $\rho_0$ .

Outro fato que vale ressaltar é a utilização da fórmula exata da FDA do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme com as fórmulas aproximadas de LCR. Isso resultou em curvas do AFD com bons encaixes comparadas às curvas empíricas. Caso fossem empregadas as FDAs aproximadas, factíveis de encontrar através das FDPs aproximadas, o valor do AFD no nível zero seria nulo, ao contrário do que ocorre com as medidas de campo e também com as aproximações encontradas. Vale citar ainda que, a existência de apenas um parâmetro de desvanecimento, o  $m$ , facilita a obtenção das estatísticas de ordem superior. Visto que este parâmetro está estritamente relacionado às características físicas do sinal de rádio, e conseqüentemente pode ser facilmente obtido a partir de dados de campo para eventuais ajustes de curvas.

A respeito da existência de valores não nulos das estatísticas de ordem superior no nível zero, é sabido que isso é um resultado novo em relação às estatísticas de modelos de desvanecimento mais clássicos. Seguindo diretamente as características de ambientes com desvanecimento severo, como é o caso dos ambientes confinados. Logo, o conhecimento dessa informação, e até mesmo seu melhor entendimento físico, é de relevância nos estudos de canais e sistemas sem fio com essas características cada vez mais encontradas na prática, com sua popularização. Como exemplificação disso, chama a atenção um recente trabalho que estuda a propagação em ambientes prediais frequentados pelo público em geral [39]. Nesse trabalho, é possível encontrar características que se assemelham ao comportamento severo do desvanecimento, e portanto, podem ser enquadrar no desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme.

De forma geral, a principal dificuldade neste trabalho foi encontrar maneiras adequadas para contornar os problemas encontrados para obtenção de soluções exatas para a LCR e o AFD do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme. Todavia, com a transposição do problema mais de uma maneira eficiente foi encontrada como solução. Isso representa uma grande adição no recente estudo de canais com desvanecimento severo, incluindo principalmente o próprio canal  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, tema desta dissertação.

## 5.1 Investigações Futuras

Em relação a possíveis contribuições futuras, seria de grande valia a obtenção de novos métodos aproximados para o cálculo das estatísticas de ordem superior do desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$  Extreme, visando superar a limitação do método clássico desenvolvido por Rice. E mais importante que isso, encontrar uma solução exata para as mesmas estatísticas.

Continuando na linha das estatísticas de ordem superior, a obtenção da função de autocorrelação, e por consequência o espectro de potência da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  Extreme seriam de grande adição ao estudo de canais com desvanecimento severo. Com isso, direta ou indiretamente, seria possível obter diversos parâmetros importantes, tais como a largura de banda de coerência, e o cálculo de erro de bit. Informações que na prática serviriam de grande suporte para projetos de novos sistemas de comunicação.

Por fim, destaca-se a investigação de novos ambientes com desvanecimento severo, onde a probabilidade de se encontrarem nulos seja um número significativo (parâmetro de desvaneci-

mento  $m < 1$ ). A validação, nesse tipo de ambiente, das estatísticas encontradas anteriormente em [10] e as encontradas neste trabalho é de grande valia. Da mesma forma, é de interesse obterem-se as estatísticas de fase correspondentes.

# Referências Bibliográficas

- [1] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*. Prentice-Hall, 1996.
- [2] M. Nakagami, “The m-Distribution – A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading,” in *Statistical Methods in Radio Wave Propagation: Proceedings of a Symposium held June 18-20*, W. C. Hoffman, Ed. Permagon Press, 1960, pp. 3–36.
- [3] S. O. Rice, “Mathematical analysis of random noise,” *Bell System Technical Journal*, vol. 23, pp. 282–332, Jul. 1944.
- [4] M. D. Yacoub, “The  $\alpha$ - $\mu$  Distribution: A Physical Fading Model for the Stacy Distribution,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 1, pp. 27–34, Jan. 2007.
- [5] M. D. Yacoub, “The  $\kappa$ - $\mu$  Distribution and the  $\eta$ - $\mu$  Distribution,” *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 49, Feb. 2007.
- [6] J. Frolik, “A case for considering hyper-Rayleigh fading channels,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 6, no. 4, pp. 1235–1239, Apr. 2007.
- [7] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. IEEE Computer Society Press, 1974.
- [8] J. Frolik, “On appropriate models for characterizing hyper-Rayleigh fading,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 7, no. 12, pp. 5202–5207, Dec. 2008.
- [9] L. Bakir and J. Frolik, “Diversity gains in Two-Ray fading channels,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 2, pp. 968–977, Feb. 2009.
- [10] G. S. Rabelo and M. D. Yacoub, “The  $\kappa$ - $\mu$  Extreme Distribution,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 59, no. 10, pp. 2776–2785, Oct. 2011.
- [11] S. Tsai, “Markov characterization of the HF channel,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 17, no. 1, pp. 24–32, Feb. 2011.
- [12] A. J. Goldsmith and S. G. Chua, “Variable-rate coded M-QAM for fading channels,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 45, pp. 1218–1230, 1997.
- [13] K. Otani, K. Daikoku, and H. Omori, “Burst error performance encountered in digital land mobile radio channel,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 30, no. 4, pp. 156–160, Nov. 1981.

- [14] S. Tsai and P. Schmied, "Interleaving and Error-Burst Distribution," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 20, no. 3, pp. 291–296, Jun. 1972.
- [15] J. M. Morris and Ji-Liang Chang, "Burst error statistics of simulated Viterbi decoded BFSK and high-rate punctured codes on fading and scintillating channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, no. 234, pp. 695–700, Feb./Mar./Apr. 1995.
- [16] L. F. Chang, "Throughput estimation of ARQ protocols for a Rayleigh fading channel using fade and interfade duration statistics," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, pp. 223–229, 1991.
- [17] H. S. Wang and N. Moayeri, "Finite-state Markov channel-a useful model for radio communication channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 44, no. 1, pp. 163–171, Feb. 1995.
- [18] Lord Rayleigh J. W. S., *Phil. Mag.*, vol. 73, no. 10, 1880.
- [19] J. L. Pawsey, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, vol. 31, no. 125, 1935.
- [20] M. D. Yacoub, *Foundations of Mobile Radio Engineering*. CRC Press, 1993.
- [21] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 6th ed. Academic Press, 2000.
- [22] J. Marcum, "A statistical theory of target detection by pulsed radar," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 6, no. 2, pp. 59–267, Apr. 1960.
- [23] S. O. Rice, "Statistical properties of a sine wave plus random noise," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 109–157, Jan. 1948.
- [24] M. D. Yacoub, J. E. V. Bautista and L. G. R. Guedes, "On higher order statistics of the Nakagami-m Distribution," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, no. 3, pp. 790–794, May 1999.
- [25] M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover Publications, 1964.
- [26] M. D. Yacoub, "The  $\alpha$ - $\mu$  Distribution: A General Fading Distribution," in *The 13th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, vol. 2, 2002, pp. 629–633.
- [27] E. W. Stacy, "A generalization of the gamma distribution," *Ann. Math. Stat.*, vol. 33, no. 3, pp. 1187–1192, Sep. 1962.
- [28] W. Braun and U. Dersch, "A physical mobile radio channel model," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, no. 2, pp. 472–482, 1991.
- [29] D. B. da Costa, M. D. Yacoub and G. Fraidenraich, "Second-Order Statistics for the Envelope and Phase of  $\eta$ - $\mu$  Generalized Fading Channels," in *International Telecommunications Symposium*, 2006, pp. 923–928.

- [30] S. L. Cotton and W. G. Scanlon, “High-order statistics for  $\kappa$ - $\mu$  Distribution,” *IEEE Electron. Lett.*, vol. 43, no. 22, Oct. 2007.
- [31] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, 4th ed. McGraw-Hill, 2002.
- [32] Xin Wang and N. C. Beaulieu, “Switching Rates of Two-Branch Selection Diversity in  $\kappa$ - $\mu$  and  $\alpha$ - $\mu$  Distributed Fadings,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 4, pp. 1667–1671, 2009.
- [33] G. L. Stuber, *Principles of Mobile Communications*. Kluwer Academic, 2001.
- [34] U. S. Dias, “Validação de Estatísticas de Ordem Superior para Canais com Desvanecimento Weibull e Nakagami- $m$ ,” Master’s thesis.
- [35] B. Davis and R. Bogner, “Propagation at 500 MHz for mobile radio,” *IEE Proc.*, vol. 132, pp. 307–320, Aug. 1985.
- [36] J. Horikoshi, K. Tanaka, and T. Morinaga, “1.2 GHz Band Wave Propagation Measurements in Concrete Building for Indoor Radio Communications,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 35, no. 4, pp. 146–152, Aug. 1986.
- [37] A. F. Toledo, “Narrowband characterization of radio transmissions into and within buildings at 900, 1800, and 2300 MHz,” May 1992.
- [38] L. Rubio, J. Reig, and N. Cardona, “Evaluation of Nakagami fading behaviour based on measurements in urban scenarios,” *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 61, no. 2, pp. 135–138, 2007.
- [39] B. T. Ahmed, J. L. M. Campos and J. M. L. Mayordomo, “Propagation Path Loss and Materials Insertion Loss in Indoor Environment at WiMAX Band of 3.3 to 3.6 GHz,” *Wireless Personal Communications*, vol. 66, pp. 251–260, 2012.

## Especificação Técnica dos Equipamentos de Medição em 1,8 GHz

- **Gerador de RF** - Rhode&Schwartz, modelo SMY02. Faixa de frequência de operação 9 KHz - 2,080 GHz. Potência de saída -25 a 15 dBm.
- **Amplificador de RF** - HUGHES, modelo TWT 1177H. Ganho fixo de 30 dB.
- **Antena de transmissão** - Kathrein. Omnidirecional. Ganho de 11 dBi.
- **Antena de recepção** - Kathrein, modelo K704784. Faixa de frequência de operação 1710-1880 MHz. Conexão cabo RG 174.
- **Atenuador** - Agilent, modelo 8496 A. Atenuador manual para frequências na faixa de 0-4 GHz com atenuação variável de 0-110 dB, em passos de 10 dB.
- **Amplificador** - Mini-circuits, modelo ZHL-1724HLN-case NN92. Frequência de operação 1700-2400 MHz. Amplificação de 40 dB e alimentação na faixa de 12-16 VDC.
- **Analizador de espectro** - HP, modelo 8593 E. Frequência de operação 0-22 GHz.
- **Placa de aquisição** - Labjack, modelo U12 (Labjack U12). Conectada ao computador ou a um HUB através de uma porta USB (Barramento Serial Universal). A porta USB fornece alimentação e comunicação para a placa Labjack U12. Composta por um conector USB, um conector DB25 para entradas/saídas digitais e trinta terminais do tipo parafuso (*screw*).
- **Computador portátil** - Toshiba, modelo Satellite 1800-S254. Processador Pentium III 1 GHz, 1 GB de memória RAM, disco rígido de 20 GB. Tela TFT de 14.1".
- **Inversor** - GET, modelo Ecolight. Potência máxima de saída de 300 W, tensão de entrada 12 VDC, tensão de saída 115 VCA, frequência de saída 60 Hz.
- **Baterias** - Duas baterias. Marca AC Delco, modelo 011AO63D1, 12 V, 63 Ah.

## Código da Aproximação A - Mathematica

```

Clear["Global*"]

m = (*valor do paramento m*);
f = (*máximodeslocamentodeDoppler; *);
A = (*valor inicial do eixo x*);
B = (*valor final do eixo x*);
pontos = (*número de pontos das curvas*);

intervalo = (B - A)/(pontos - 1);
x = LCR = AFD = Table[i, {i, A, B, intervalo}];
ρ = 10^(x/20);

(*Calculavalordeρ0*)
rho = rho/.FindRoot[MarcumQ[0, 2√m, 2√m rho] == 1 - 2 * Exp[-2m], {rho, 0.1}]

(*Calcula LCR teórica*)
Do[
If [ρ[[i]] ≤ rho, LCR[[i]] =  $\frac{2*f*\sqrt{\text{Pi}*m}*\text{BesselI}[1,4*m*(-\rho[[i]]+\text{rho})]}{\text{Exp}[2*m*(1+(-\rho[[i]]+\text{rho})^2)]} + \frac{2*f*\sqrt{\text{Pi}*m}*\text{BesselI}[1,4*m*\rho[[i]]]}{\text{Exp}[2*m*(1+\rho[[i]]^2)]}$ ,
LCR[[i]] =  $\frac{2*f*\sqrt{\text{Pi}*m}*\text{BesselI}[1,4*m*\rho[[i]]]}{\text{Exp}[2*m*(1+\rho[[i]]^2)]}$  ],
{i, 1, pontos}]

```

(\*Calcula AFD teórico\*)

Do[

If[ $\rho[[i]] == 0$ ,  $\text{AFD}[[i]] = \text{Exp}[-2 * m] / \text{LCR}[[i]]$ ,

$\text{AFD}[[i]] = \left( \text{NIntegrate} \left[ \frac{4 * m * \text{BesselI}[1, 4 * m * x]}{\text{Exp}[2 * m * (1 + x^2)]}, \{x, 0, \rho[[i]]\} \right] + \text{Exp}[-2 * m] \right) / \text{LCR}[[i]]$ ,

{i, 1, pontos}]

(\*Salva dados teóricos em arquivos\*)

Export["LCR.txt", N[LCR], "CSV"];

Export["AFD.txt", N[AFD], "CSV"];

Export["x.txt", N[x], "CSV"];

(\*Plots\*)

ListLogPlot[Transpose[{x, LCR}], PlotStyle → Black, Joined → True]

ListLogPlot[Transpose[{x, AFD}], PlotStyle → Black, Joined → True]



## Código da Aproximação B - Mathematica

```

Clear["Global*"]

m = (*valor do paramento m*);
f = (*máximodeslocamentodeDoppler;*);
A = (*valor inicial do eixo x*);
B = (*valor final do eixo x*);
pontos = (*número de pontos das curvas*);

intervalo = (B - A)/(pontos - 1);
x = LCR = AFD = Table[i, {i, A, B, intervalo}];
ρ = 10^(x/20);

(*Calculavalueofρ₀*)
rho = rho/.FindRoot[ $\frac{4*m*Bessel[1,4*m*rho]}{Exp[2*m*(1+rho^2)]} * rho + MarcumQ[0, 2\sqrt{m}, 2\sqrt{m}rho] == 1, \{rho, 0.1\}$ ]

(*Calcula LCR teórica*)
Do[
If[ $\rho[[i]] \leq rho$ ,  $LCR[[i]] = \frac{2*f*\sqrt{Pi*m*Bessel[1,4*m*rho]}}{Exp[2*m*(1+rho^2)]}$ ,  $LCR[[i]] = \frac{2*f*\sqrt{Pi*m*Bessel[1,4*m*\rho[[i]]]}}{Exp[2*m*(1+\rho[[i]]^2)]}$ ],
{i, 1, pontos}]

(*Calcula AFD teórico*)

```

```

Do[
If[ $\rho[[i]] == 0$ ,  $\text{AFD}[[i]] = \text{Exp}[-2 * m] / \text{LCR}[[i]]$ ,
 $\text{AFD}[[i]] = \left( \text{NIntegrate} \left[ \frac{4 * m * \text{Bessel}[1, 4 * m * x]}{\text{Exp}[2 * m * (1 + x^2)]}, \{x, 0, \rho[[i]]\} \right] + \text{Exp}[-2 * m] \right) / \text{LCR}[[i]]$  ,
{i, 1, pontos}]

(*Salva dados teóricos em arquivos*)
Export["LCR.txt", N[LCR], "CSV"];
Export["AFD.txt", N[AFD], "CSV"];
Export["x.txt", N[x], "CSV"];

(*Plots*)
ListLogPlot[Transpose[{x, LCR}], PlotStyle → Black, Joined → True]
ListLogPlot[Transpose[{x, AFD}], PlotStyle → Black, Joined → True]

```

## Código da Aproximação C - Mathematica

```
Clear["Global*"]
```

```
m = (*valor do paramento m*);
```

```
f = (*máximodeslocamentodeDoppler; *);
```

```
rho = (*valorde $\rho_0$ emdB*);
```

```
A = (*valor inicial do eixo x*);
```

```
B = (*valor final do eixo x*);
```

```
pontos = (*número de pontos das curvas*);
```

```
intervalo = (B - A)/(pontos - 1);
```

```
x = LCR = AFD = Table[i, {i, A, B, intervalo}];
```

```
 $\rho$  = 10^(x/20);
```

```
rho = 10^(rho/20);
```

```
(*Calcula o valor para a normalização*)
```

```
 $k = \frac{4*m*BesselI[1,4*m*rho]}{Exp[2*m*(1+rho^2)]} * rho + NIntegrate \left[ \frac{4*m*BesselI[1,4*m*x]}{Exp[2*m*(1+x^2)]}, \{x, rho, \infty\} \right];$ 
```

```
(*Calcula LCR teórica*)
```

```
Do[
```

```
If [ $\rho[[i]] \leq rho$ , LCR[[i]] =  $\frac{2*f*\sqrt{Pi*m*BesselI[1,4*m*rho]}}{k*Exp[2*m*(1+rho^2)]}$ , LCR[[i]] =  $\frac{2*f*\sqrt{Pi*m*BesselI[1,4*m*\rho[[i]]]}}{k*Exp[2*m*(1+\rho[[i]]^2)]}$ ],
```

```
{i, 1, pontos}]
```

```
(*Calcula AFD teórico*)
```

```
Do[
```

```
If[ $\rho[[i]] == 0$ , AFD[[i]] = Exp[-2 * m]/LCR[[i]],
```

```
AFD[[i]] = (NIntegrate [ $\frac{4*m*Bessel[1,4*m*x]}{Exp[2*m*(1+x^2)]}$ , {x, 0,  $\rho[[i]]$ }] + Exp[-2 * m]) / LCR[[i]] ,
```

```
{i, 1, pontos}]
```

```
(*Salva dados teóricos em arquivos*)
```

```
Export["LCR.txt", N[LCR], "CSV"];
```

```
Export["AFD.txt", N[AFD], "CSV"];
```

```
Export["x.txt", N[x], "CSV"];
```

```
(*Plots*)
```

```
ListLogPlot[Transpose[{x, LCR}], PlotStyle → Black, Joined → True]
```

```
ListLogPlot[Transpose[{x, AFD}], PlotStyle → Black, Joined → True]
```

## Código das Estatísticas Empíricas - Matlab

```

clear all; close all

pontos = %número de pontos das curvas
A = %valor inicial do eixo x
B = %valor final do eixo x
freq = %frequência do sinal transmitido

pN = load('%arquivo_com_vetor_envoltoria_normalizada%');

LCR = load('arquivo_com_LCR_teorica');
AFD = load('arquivo_com_AFD_teorico');
x = load('arquivo_com_dados_teoricos_eixo_x');

Threshold = A:(B-A)/(pontos-1):B;

pN_dB = 20.*log10(pN);

%Distância entre amostras para um sampling de lambda/36
sample = 3e8/(36*freq);

%:.....

%LCR empírica
for i = 1:length(Threshold),
    tmp = (pN_dB > Threshold(i));
    tmp = diff(tmp);
    LCR_e(i) = sum(tmp==1)/(sample*(length(pN)-1));
end

%AFD empírico

```

```

for i = 1:length(Threshold)
    tmp = (pN_dB > Threshold(i));
    tmp2 = diff(tmp);
    AFDe(i) = sum(tmp==0)*sample/sum(tmp2==1);
end

%:.....

%Plots
semilogy(Threshold,LCRe,'MarkerSize',4,'Marker','o','LineStyle','none');
hold on;
semilogy(x,LCR,'r');
h_legend = legend('LCR Emp\''{i}rica','LCR  $\kappa$ - $\mu$  Extrema',...
'Location','NorthWest');
xlabel({'$20 \log_{10}(\rho)$'});
ylabel({'$N_{\mathrm{P}}(\rho)$'});

set(gca,'FontSize',12,'FontName','Times New Roman');
set(get(gca,'XLabel'),'FontSize',14,'Interpreter','latex')
set(get(gca,'YLabel'),'FontSize',14,'Interpreter','latex')
set(h_legend,'FontSize',12,'Interpreter','latex');

figure(2)
semilogy(Threshold,AFDe,'MarkerSize',4,'Marker','o','LineStyle','none');
hold on;
semilogy(x,AFD,'r');
h_legend = legend('AFD Emp\''{i}rica','AFD  $\kappa$ - $\mu$  Extrema',...
'Location','NorthWest');
xlabel({'$20 \log_{10}(\rho)$'});
ylabel({'$T_{\mathrm{P}}(\rho)$'});

set(gca,'FontSize',12,'FontName','Times New Roman');
set(get(gca,'XLabel'),'FontSize',14,'Interpreter','latex')
set(get(gca,'YLabel'),'FontSize',14,'Interpreter','latex')
set(h_legend,'FontSize',12,'Interpreter','latex');

```